

## ПРИНЦИПЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ ПО УЧАСТКАМ ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ БАСЕЙНА РЕКИ НА ПРИМЕРЕ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ СЫРДАРЬИ

Левит-Гуревич Л.К.<sup>1</sup>, Кузенбаев К.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт водных проблем РАН, г. Москва,

<sup>2</sup>Алматинский институт энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан

lev-gur@mail.ru, Kaxan2909@mail.ru

Речь пойдет об управлении водохозяйственными системами, суть которого заключается в распределении водных ресурсов. Проблема распределения достаточно многообразна и широка при всей простоте общей ее постановки: есть источник воды (река, озеро, искусственный водоем) и ряд водопотребителей (оросительные системы, системы водоснабжения, производства и пр.). Необходимо рационально распределить воду между водопотребителями в условиях ее недостатка, - при достаточном объеме воды распределение представляет собой полное удовлетворение водой всех потребителей. В зависимости от детальности описания источника и потребителей воды проблема конкретизируется до формулировок частных задач водораспределения; конкретизация состоит в детальном рассмотрении источника (река в целом, бассейн водохозяйственного участка, участок реки), детализации описания потребителей воды (агрегированные водные системы, отдельные системы), детальности временных характеристик (без временной шкалы, года в целом, года в разрезе сезонов или месяцев, отдельно сезоны, иные внутригодовые периоды, сутки), также описания соотношений рациональности водораспределения. Каждой рассматриваемый вариант связан с определенным набором характеристик гидрологии, гидравлики, экономики водного хозяйства. В работе рассматривается система последовательных участков водного хозяйства на одной реке, агрегированные системы водопользования и водопотребления, один год по периодам.

Примем следующие обозначения:  $i$  – нумерация от истока к устью водохозяйственных участков реки,  $i = 1, 2, 3, \dots, l$ ;  $j$  – нумерация систем агрегированного водопользования,  $\tau$  – нумерация периодов года,  $w_{ij\tau}^{norm}$ ,  $w_{ij\tau}$  – требуемый (нормативный) объем воды на водопотребление из  $i$ -го участка реки (при общем подходе)  $j$ -й системой агрегированного водопользования в  $\tau$ -й период и поставляемый (расчетный объем),  $g_i$ ,  $G_i$  – расходы бокового притока к  $i$ - участку реки и притока «сверху». Пусть в первом приближении каждая система водопользования «эксплуатирует» водные ресурсы одного водохозяйственного участка, т.е.  $j=i$ , объемы воды  $w_{it}^{norm}$ ,  $w_{it}$ . При этом располагаемые водные ресурсы  $i$ -го участка обозначим -  $W_{it}$ .

Используем понятие водной производственной функции участков реки  $P_i(W_i)$ . Здесь  $W_i$  – располагаемые водные ресурсы  $i$ -го участка. Производственная функция – экономико-математическое уравнение, связывающее переменные величины затрат (труда, финансов, материальных ресурсов) с величинами выпуска продукции [1]. Производственные функции применяются для анализа влияния различных сочетаний факторов, в том числе, в нашем случае, объемов располагаемых водных ресурсов.

Остановимся на понятии рационального распределения. Под рациональным распределением водных ресурсов водопользования (водопотребления) на реке следует понимать такое их распределение между водными участками, при котором отсутствует негативное отношение каждого участка к соседним участкам. Негативное отношение появляется, когда водному участку его доля водных ресурсов кажется несправедливо заниженной. Если каждый водный участок не имеет оснований для «зависти» к другим в отношении

его доли водных ресурсов, такое распределение назовем рациональным.

Возможны разные случаи. Если водному участку достаточно располагаемых водных ресурсов, такое положение не вызывает «зависти», даже если соседние водные участки больше преуспели в развитии своего водного хозяйства. Если водному участку реально не хватает водных ресурсов, но в таком же положении оказываются и соседние участки, то такое положение также не вызывает «зависти». «Зависть» вызывает положение, когда водному участку реально не хватает водных ресурсов, а соседние участки хорошо ведут свое водное хозяйство и им водных ресурсов хватает<sup>1</sup>.

Рациональное распределение водных ресурсов между участками водного хозяйства на реке достигается следующим соотношением:

$$\frac{P_1(w_1)}{w_1} = \frac{P_2(w_2)}{w_2} = \frac{P_3(w_3)}{w_3} = \dots = \frac{P_I(w_I)}{w_I} = U, \quad (1)$$

при общем объеме располагаемых водных ресурсов реки

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_i + \dots + w_I \quad (2)$$

И конечно, следует максимизировать водную производственную функцию всей реки:

$$\frac{R(W)}{W} = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^I P_i(w_i) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^I \left( w_i \frac{P_i(w_i)}{w_i} \right) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^I (w_i U) = \frac{U}{W} \sum_{i=1}^I w_i = U \rightarrow \max \quad (3)$$

Производственная водная функция всей реки равна сумме производственных функций всех водохозяйственных участков при рациональном распределении водных ресурсов между ними:

$$R(W) = P_1(w_1) + P_2(w_2) + P_3(w_3) + \dots + P_i(w_i) + \dots + P_I(w_I) \quad (4)$$

Действительно, рациональное использование водных ресурсов всей реки это рациональное использование на каждом ее участке. Справедливость (4) доказывается индукцией по  $i$ . Соотношение рационального распределения водных ресурсов между участками характеризуется также равенством производных производственных функций

$$\frac{dP_1(w_1)}{dw} = \frac{dP_2(w_2)}{dw} = \dots = \frac{dP_I(w_I)}{dw}. \quad (5)$$

Производственные водные функции - непрерывные и гладкие, непрерывно дифференцируемые, выпуклые вверх функции; при увеличении  $W$  с некоторого значения  $W^*$  производственные функции остаются постоянными, - можно использовать объемы воды до некоторого предела  $W \leq W^*$  (пример производственной функции на рис. 1)

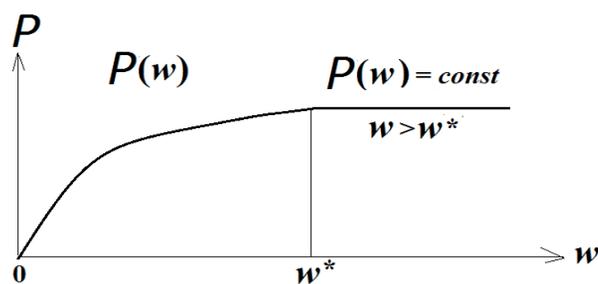


Рисунок 1. Производственная водная функция

До сих пор рассматривался один водный период с общим объемом водных ресурсов для всех участков. Как правило, есть несколько хозяйственных периодов, они

<sup>1</sup> не затрагиваем причины нехватки водных ресурсов на рассматриваемом водном участке, которая может заключаться в плохой технологии их использования.

назначаются таким образом, что основное хозяйственно-экономическое значение имеет один какой-либо период для каждого участка. Когда водными ресурсами реки можно регулировать, зная общий объем нужных водных ресурсов, отдельно объемы воды по периодам можно найти методом динамического программирования, для чего следует оперировать суммарной производственной функцией по всем участкам и периодам.

Резюмируем вышесказанное. Рассматривается река из последовательных участков, в определенной степени однородных в отношении водопользования, в частности, расположения потребителей воды, и однородные периоды времени в отношении водопользования и водопотребления. Каждый участок реки и каждый период характеризуется производственной водной функцией  $P(w)$ , известен общий объем водных ресурсов  $W$  по сумме периодов. Рациональное распределение водных ресурсов по участкам реки в продолжение каждого периода характеризуется равенством производных  $dP(w)/dw$  (5) водных производственных функций участков при равенстве суммы водных ресурсов всех участков объему  $W_\tau$ , характерному для каждого периода  $\tau$ . Эти объемы по периодам определяются методом динамического программирования, исходя из максимума суммы водных производственных функций по всем периодам и участкам.

Технические вопросы управления водными ресурсами, необходимость наличия гидротехнических сооружений и прочее здесь не рассматривались. Опущены также водные детали по обеспечению санитарных и экологических расходов, методы контроля, обеспеченность года по стоку реки и прочее. Речь шла об общих принципах вододелия между участками реки. В определенном году есть водные ресурсы, которые надо распределить так, чтобы все участки остались довольны по отношению друг к другу; и это положение основывается на равенстве результатов распределения.

Изложенный принцип распределения водных ресурсов выдерживается и в детальных постановках задачи с привлечением большего числа характеристик источника и потребителей воды, в частности, вероятностных характеристик. Ниже показан пример распределения водных ресурсов на верхней части реки Сырдарья.

Основной объем стока реки Сырдарья формируется на территории Кыргызской Республики, Республик Узбекистан и Таджикистан в верхней части бассейна. Река зарегулирована тремя крупными водохранилищами по течению реки: Токтогульское на территории Киргизии (многолетнее), Кайраккумское в Таджикистане, Шардаринское, Казахстан (см. рис. 2).



Рисунок 2. Карта реки Сырдарья

Проблема использования водных ресурсов состоит в рациональном управлении цепочкой этих трансграничных водохранилищ. Математическая модель, формализующая управление водохранилищами по периодам года, построена на основе изложенного выше принципа распределения водных ресурсов. Когда все республики по реке Сырдарья входили в единое государство СССР, река рассматривалась как единая водохозяйственная система. Стратегия и тактика использования водно-энергетических ресурсов заключалась в достижении максимальной выгоды в целом, без учета, а часто при игнорировании интересов отдельных республик. В настоящее время каждое из суверенных государств стремится к максимальному использованию имеющихся водных ресурсов в своих интересах [2].

Киргизия, не имея топливных ресурсов, перевела Токтогульское водохранилище на энергетический режим работы, накапливая летний сток для последующей выработки электроэнергии в зимнее время, что изменило режим работы нижних русловых водохранилищ: Кайраккумского, Шардаринского. Орошаемые земли стали испытывать дефицит воды летом. Проблемы возникли и с пропуском повышенных зимой расходов. Стало нужным регулирование водных отношений между странами бассейна по Соглашениям, определяющим попуски из водохранилищ для орошения в нижней части реки в вегетацию и компенсацию поставками топлива зимой. Но с 1992 года ни одно Соглашение не было выполнено полностью. Путь к взаимовыгодным договорам лежит в использовании формализованной теории принятия решений по водным ресурсам.

Ниже на схеме (рис. 3) выделены участки реки Сырдарья, рассмотрено водопотребление, водопользование из самих водохранилищ и из участков реки выше водохранилищ.

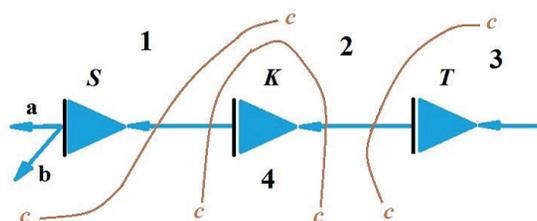


Рисунок 3. Расчетная схема задачи: водохранилища:  $S$  - Шардаринское с водовыпусками  $a$  и  $b$ ,  $K$  - Кайраккумское и  $T$  - Токтогульское; государства: 1 - Казахстан, 2 - Узбекистан, 3 - Киргизия и 4 - Таджикистан;  $c$  - граница между государствами.

Для решения проблемы предложены соотношение рационального распределения водных ресурсов по участкам реки и метод динамического программирования с многомерной индексацией шагов [3] для распределения водных ресурсов по периодам. При этом используются два индекса: последовательность водохранилищ (Токтогульское, Кайраккумское, Шардаринское) и периоды.

## Литература

1. Экономико-математический энциклопедический словарь // Гл. ред. В.И. Данилов-Данильян. - М.: Издательский Дом «ИНФРА-М», 2003. 688 с.
2. Ержан Т.К., Кузенбаев К. М. Оптимизация водного энергетического режима работы региональных гидроэлектростанций (на примере Шардаринской ГЭС) // В кн.: Стратегия устойчивого развития региона, Карагандинский экономический университет Казпотребсоюза, Институт регионального развития. 2005. С.262.
3. Левит-Гуревич Л.К. Ярошевский Д.М. Схема динамического программирования с многомерной индексацией шагов // Автоматика и телемеханика. - № 9, - 2006, С.23-40.