

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ

Ордена Ленина Гидрометеорологический
научно-исследовательский центр СССР

РУКОВОДСТВО ПО ГИДРОЛОГИЧЕСКИМ ПРОГНОЗАМ

Выпуск 2

Краткосрочный прогноз
расхода и уровня воды
на реках



Ленинград
Гидрометеоздат
1989

УДК 556.06(083.13)

Одобрено
Центральной методической комиссией
по гидрометеорологическим прогнозам
Госкомгидромета СССР
30 марта 1988 г.

Утверждено
Председателем Государственного комитета СССР
по гидрометеорологии Ю. А. Израэлем
3 апреля 1988 г.

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малоохтинский пр., 98

Р 1805040700-065
069(02)-89 без объявл.

© Госкомгидромет СССР, 1989 г.

Предисловие

За последние десятилетия в нашей стране стало больше уделяться внимания проблеме рационального использования водных ресурсов. Эта проблема поставила новые задачи перед практикой краткосрочных водных прогнозов, от надежности которых в определенной степени зависит эффективность эксплуатации водохозяйственных комплексов, а также своевременное принятие потребителем оперативных мер при угрозе опасных гидрологических явлений.

Решение указанных задач обусловило проведение исследований по совершенствованию традиционных и разработке новых методов краткосрочных водных прогнозов с использованием электронных вычислительных машин и математических моделей. В связи с этим со времени первого издания Руководства по гидрологическим прогнозам (1964 г.) методическая база краткосрочных прогнозов существенно изменилась и расширилась. Это побудило подготовить второе издание Руководства, в котором некоторые методы приведены без изменений по сравнению с 1964 г., а значительная часть их излагается впервые. Настоящий выпуск Руководства состоит из трех частей.

В первой части изложены методы краткосрочных прогнозов расхода и уровня воды на участках рек, основанные на приближенных приемах учета закономерностей перемещения и трансформации паводочных волн в речных руслах. Большое внимание уделено методам, основанным на использовании линейных моделей трансформации.

Во второй части рассмотрены методы прогноза талого и дождевого стока для небольших водосборов, основанные на использовании данных об осадках и снежном покрове. Значительное место в ней занимают математические модели формирования гидрографа половодья и дождевых паводков.

В третьей части даны методы прогноза для речных систем, которые построены на одновременном использовании способов, рассмотренных в первой и второй частях.

Большинство рассматриваемых методов иллюстрируется примерами их применения. Поскольку многие методы ориентированы на использование электронных вычислительных машин, в приложении дан перечень имеющихся в отраслевом фонде алгоритмов и программ (ОФАП) Госкомгидромета СССР программных средств и их краткая характеристика.

При подготовке настоящего выпуска Руководства использованы учебные и практические пособия: Б. А. Апполов, Г. П. Калинин, В. Д. Комаров «Курс гидрологических прогнозов» (1974 г.),

Е. Г. Попов «Гидрологические прогнозы» (1979 г.), Р. А. Нежиховский «Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек» (1973 г.), Н. Ф. Бефани, Г. П. Калинин «Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам» (1983 г.); научные работы, выполненные в Гидрометцентре СССР, ГГИ и региональных НИИ, а также опыт, накопленный в оперативной практике Службы гидрологических прогнозов нашей страны.

Руководство составлено коллективом сотрудников Гидрометцентра СССР: введение, гл. 2—4, 7 и п. 6.1, 6.3 написаны В. И. Корнем, гл. 1, 8 и п. 2.2 — П. Ю. Харченко, гл. 9 и п. 6.4 — В. М. Мухиным, п. 6.2 и 7.2 — А. П. Жидиковым и Н. С. Нечаевой, гл. 5 — В. А. Бельчиковым и В. И. Корнем. При подготовке гл. 3 и п. 6.3 использованы материалы, представленные А. В. Романовым и М. Н. Соседко. Общее руководство и научное редактирование осуществлялось А. П. Жидиковым, В. И. Корнем и Е. Г. Поповым.

Введение

Всем гидрологическим процессам в большей или меньшей степени присуща инерционность. Чем меньше заблаговременность прогноза, тем в большей мере будущее состояние водного объекта зависит от текущего его состояния. В связи с этим в краткосрочных прогнозах значительно большее место занимают детерминистические методы, основанные на общих законах физики. Однако вследствие чрезвычайной сложности и неравномерности гидрометеорологических процессов, а также ограниченности данных наблюдений при разработке практических методов прогноза приходится прибегать к значительной схематизации реальных процессов и упрощению уравнений математической физики. В силу этого методы прогноза в большей или меньшей степени носят эмпирический либо полуэмпирический характер. Поэтому очень важную роль играют данные наблюдений, которые используются при разработке методов (определение параметров и элементов водного баланса, установление графических связей).

Несмотря на большое разнообразие методов краткосрочных прогнозов водного режима по физическим предпосылкам их можно разбить на три группы:

1. Методы, основанные на закономерностях процессов, происходящих в русловой сети. Чаще всего это методы прогноза для участков сравнительно крупных рек. Расчетные соотношения этих методов получаются в результате различных упрощений уравнения неразрывности водного потока и динамического уравнения. Для составления прогноза используются данные гидрометрических наблюдений.

2. Методы, основанные на закономерностях процессов стокообразования, происходящих на водосборе. Такие подходы, как правило, используются для небольших водосборов (10—15 тыс. км²). Теоретической основой служат уравнения тепло- и массопереноса в почве и приземном слое атмосферы. Однако из-за чрезвычайной сложности процессов, происходящих на водосборе, широко используются эмпирические зависимости. Основными исходными данными при составлении прогноза являются материалы гидрометеорологических наблюдений.

3. Методы, основанные на учете статистических связей между основными стокообразующими факторами. Такие методы прогноза разрабатываются в основном для крупных рек. Так же как и в предыдущем случае, при составлении прогноза используются гидрометеорологические данные.

Следует отметить, что чаще всего вторая группа методов включает в себя также описание процессов, происходящих в русловой

сети. Однако основное внимание все же уделяется процессам, происходящим на водосборе. Это обстоятельство подчеркивает некоторую условность такой классификации.

По целевому назначению краткосрочные прогнозы водного режима можно разделить на прогнозы общего пользования и специализированные прогнозы. К первой группе можно отнести прогнозы для предупреждения населения и народнохозяйственных организаций о резких изменениях водного режима (наводнениях, маловодьях). Специализированные прогнозы предназначены для планирования деятельности народнохозяйственных организаций при использовании водных ресурсов с учетом специфики требований различных отраслей народного хозяйства.

В нашей стране к краткосрочным водным прогнозам условно относятся прогнозы расходов и уровней воды, заблаговременность которых составляет 12—15 сут. Вместе с тем в практике Всемирной метеорологической организации (ВМО) принята другая классификация прогнозов по их заблаговременности. В частности, к краткосрочным относятся прогнозы с заблаговременностью до 3 сут, к среднесрочным — с заблаговременностью 7—10 сут, к долгосрочным — с заблаговременностью более 10 сут. В настоящее время используется классификация, принятая в нашей стране.

Основным фактором, определяющим заблаговременность прогноза, является регулирующее влияние речного водосбора и русловой сети. Регулирующее влияние зависит от физико-географических условий водосбора и особенно от его размеров и густоты речной сети. Чем больше площадь водосбора и густота речной сети, тем при прочих равных условиях больше регулирующее влияние, а следовательно, тем больше возможная заблаговременность прогноза.

Для методов первой группы прогнозов заблаговременность полностью определяется регулирующим влиянием русловой сети, т. е. запасами воды на рассматриваемом участке русла. Наиболее отчетливо это обстоятельство проявляется при использовании кривых добегания.

В методах второй группы помимо регулирующего влияния русловой сети сказывается еще регулирующее влияние собственно водосбора. Поэтому возможная заблаговременность может быть несколько больше, чем в первом случае. Дополнительным фактором увеличения заблаговременности в этих методах является возможность использования краткосрочных метеорологических прогнозов.

Заблаговременность в методах третьей группы также в основном определяется регулирующим влиянием русловой сети и водосбора. Однако статистический характер получаемых прогностических связей позволяет в некоторых случаях достичь большей заблаговременности.

Часть I

ПРОГНОЗ РАСХОДОВ И УРОВНЕЙ ВОДЫ НА УЧАСТКАХ РЕК

Физической основой практически всех методов прогноза расходов и уровней воды на участках рек являются уравнения Сен-Венана, отражающие основные закономерности перемещения речных волн в одномерном приближении:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{\omega} \right) + \omega \frac{Q^2}{K^2} = -\omega \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (2)$$

где Q — расход воды; H — уровень воды; ω — площадь поперечного сечения; K — модуль стока; q — боковой приток (отток) на единицу длины; g — ускорение свободного падения; x — расстояние, отсчитываемое вдоль потока; t — время.

Для полной замкнутости системы уравнений (1)–(2) задают еще соотношения, связывающие переменные H , ω , K :

$$K = \omega C \sqrt{R}, \quad (3)$$

$$\omega = f(H), \quad (4)$$

где C — скоростной коэффициент в формуле Шези; R — гидравлический радиус, являющийся функцией уровня.

Система уравнений (1)–(4) в общем случае не имеет аналитического решения, поэтому при разработке практических схем прогноза ее интегрируют разностными методами либо используют различные модификации этой системы. Обоснованность той или иной модификации определяется степенью отклонения неустановившегося режима от установившегося. Характеристикой этого отклонения может служить максимальное значение отношения абсолютного добавочного уклона водной поверхности (при прохождении волны паводка или половодья) к первоначальному уклону при установившемся режиме (i_y):

$$\kappa = \max | \partial H / \partial x + i_y | / i_y. \quad (5)$$

Чем меньше значение κ , тем ближе связь расхода и уровня воды к однозначной, т. е. уже ширина петли кривой расходов. При $\kappa < 0,03 \dots 0,05$ ширина петли не выходит за пределы погрешности измерений расхода (3–5%), т. е. связь можно считать однозначной и, следовательно, волна паводка, перемещаясь вниз, не расплывается (практически не меняет форму). Такой режим может наблюдаться при прохождении волн половодья на сравни-

тельно коротких участках, а для рек, имеющих большие уклоны дна — и при паводках.

Если значение добавочного уклона соизмеримо с начальным уклоном (условие $\kappa \ll 1$ не выполняется), кривая расходов будет существенно неоднозначной и волна будет расплываться (трансформироваться). Такие условия характерны для высоких кратковременных паводков, а для больших равнинных рек — и для половодья. Однако изменения скорости течения во времени и при переходе от створа к створу не всегда значительны, что позволяет пренебречь инерционными членами (первые два члена в уравнении (1)) при разработке методов, учитывающих трансформацию волны половодья по длине реки.

Для волн попуска вблизи ГЭС и при резких изменениях морфометрических и гидравлических характеристик русла по длине уже нельзя пренебречь инерционными членами. Такой режим может наблюдаться в нижних бьефах ГЭС при резких попусках, в водохранилищах (при очень малых значениях i_y), на участках рек с переменным подпором либо хорошо развитой поймой.

В соответствии с рассмотренными особенностями перемещения паводочных волн методы прогноза расходов и уровней воды на участках рек можно разбить на три группы:

- 1) методы, не учитывающие в явном виде расплывание волны паводка (см. гл. 1),
- 2) методы, основанные на приближенных уравнениях трансформации волны (см. гл. 2),
- 3) методы, основанные на численном интегрировании уравнений Сен-Венана (см. гл. 3).

В практике наибольшее распространение получили методы первой группы. Они просты, не требуют больших вычислений при выпуске прогноза и часто дают достаточную точность. Сюда можно отнести прогнозы по соответственным уровням, методу тенденции и кривым спада. Однако при резких изменениях уровней (расходов) воды (особенно при попусках ГЭС) и большом расплывании паводочных волн эти методы могут оказаться неэффективными. В таких случаях в последнее время стали широко использоваться методы второй группы, которые из-за трудоемкости (как при разработке метода, так и при выпуске прогноза) чаще реализуются на ЭВМ.

Методы третьей группы еще только начинают внедрять в практику прогноза. Эти методы существенно более трудоемки и ориентированы только на ЭВМ. При использовании программного обеспечения, реализующего такие методы, необходимо наличие квалифицированного персонала, подготовленного в области программирования и прикладной математики. Использовать такие подходы целесообразно только для зарегулированных очень важных в народнохозяйственном отношении рек, когда могут наблюдаться очень малые (например, в водохранилищах) либо даже обратные уклоны водной поверхности.

Глава 1. Способы прогноза по соответственным уровням и расходам воды

Суть метода сводится к установлению эмпирических связей между соответственными уровнями (расходами) воды, наблюдавшимися в верхнем и нижнем створах. Заблаговременность прогноза равна разности сроков наступления таких уровней (расходов) в указанных створах.

Построение такого рода эмпирической зависимости для заданного участка реки представляет собой приближенное решение уравнений (1) и (2) при допущении малости их инерционных членов. При таком условии прогностические зависимости для расходов воды имеют вид

$$Q_{н, t+\tau} = Q_{в, t} + Q_{\delta, t+\tau}, \quad (1.1)$$

где $Q_{н, t+\tau}$ — расход воды в нижнем створе в момент времени $t+\tau$; $Q_{в, t}$ — расход воды в верхнем створе в момент времени t ; $Q_{\delta, t+\tau}$ — общий промежуточный приток на участке (τ — время добегания на участке).

Методически способы прогноза по соответственным уровням и расходам можно разделить на три группы:

1) для бесприточных и слабоприточных участков рек, когда достаточно точными бывают зависимости вида:

$$H_{н, t+\tau} = f(H_{в, t}), \quad (1.2)$$

$$Q_{н, t+\tau} = f_1(Q_{в, t}); \quad (1.3)$$

2) для участков рек со значительным промежуточным притоком ($Q_{\delta, t}$), но при небольшом распластывании паводка, когда строят зависимости типа:

$$H_{н, t+\tau} = f(H_{в, t}, Q_{\delta, t}), \quad (1.4)$$

$$Q_{н, t+\tau} = f_1(Q_{в, t} + Q_{\delta, t}); \quad (1.5)$$

3) для участков рек при значительном распластывании паводочных волн, когда ищут зависимости вида:

$$H_{н, t+\tau} = f(H_{в, t}, \Delta H_p), \quad (1.6)$$

$$Q_{н, t+\tau} = f_1(Q_{в, t} + \Delta Q_p), \quad (1.7)$$

где ΔH_p и ΔQ_p — соответственно поправки уровня и расхода воды на распластывание паводка.

Эти поправки могут быть приближенно учтены через значения уровня и расхода воды в верхнем и нижнем створах за некоторый промежуток времени, например:

$$\Delta H_p = f(H_{в, t}, H_{н, t}), \quad (1.8)$$

$$\Delta Q_p = f(Q_{в, t}, Q_{н, t}). \quad (1.9)$$

1.1. Способы прогноза на бесприточных и слабоприточных участках реки

1.1.1. Определение соответственных уровней (расходов) воды двух постов и времени их добегания на участке по характерным точкам графика колебаний уровня (расхода) воды

Наиболее просто соответственные уровни (расходы) воды и время их добегания могут быть определены путем сопоставления совмещенных графиков колебания уровня (расхода) воды в верхнем и нижнем створах. На графиках отмечают максимумы и минимумы в ходе уровня (расхода) воды и точки перегиба. Время добегания определяют как разность сроков наступления соответственных уровней (расходов) воды в верхнем и нижнем створах. При этом пики отдельных паводков являются наиболее показательными.

По полученным данным строят графики связи соответственных уровней (расходов) воды верхнего и нижнего постов и времени добегания между ними в зависимости от уровней (расходов) верхнего створа. Если время добегания меняется слабо и трудно установить закономерность его изменения от уровня (расхода) воды или фазы режима, то вычисляют его среднее значение, которое принимают постоянным для всех уровней (расходов) и которое определяет заблаговременность краткосрочных прогнозов.

1.1.2. Построение графика связи между соответственными уровнями двух постов и определение времени добегания воды на участке по кривым расхода и таблицам наблюдений за уровнем воды

Этот способ, предложенный А. В. Огиевским, применим при наличии устойчивых кривых расхода воды. Пользуясь ими, строят график связи уровней воды в двух створах (рис. 1.1). Для этого при общей оси расходов строят кривые $Q=f(H)$ для верхнего и нижнего створов. Затем задаются различными значениями расхода воды и графическим путем определяют координаты графика связи соответственных уровней в первом квадранте.

Пользуясь полученным графиком и данными наблюдений, определяют время добегания. Берут какой-либо уровень воды на верхнем посту и по графику соответственных уровней (см. рис. 1.1) находят отвечающий ему уровень воды на нижнем посту. По таблице ежедневных уровней воды на нижнем посту определяют дату наступления найденного уровня воды. Разность дат наступления этих уровней принимают за время добегания. Повторяя эти вычисления для ряда уровней воды (для

всего диапазона изменения уровня), наблюдавшихся на верхнем посту, получают данные для построения графика времени добегаия.

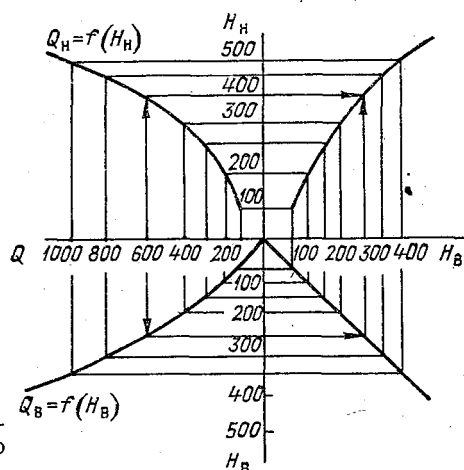


Рис. 1.1. Построение графика соответственных уровней воды с помощью кривых расхода воды.

Если кривые расхода имеют ясно выраженные ветви подъема и спада, то строят графики соответственных уровней для фазы подъема и спада. Время добегаия в этом случае определяют с учетом фазы режима уровней.

1.1.3. Определение времени добегаия воды на участке реки на основе принципа наименьших погрешностей

Задаются несколькими приближенными значениями времени добегаия между створами и для каждого значения строят график соответственных уровней воды. Наиболее близким к реальному будет то время добегаия, которому соответствует наиболее тесная связь.

Способ расчета времени добегаия на участке реки, предложенный Г. П. Калинин, заключается в следующем. Вначале по данным за прошлые годы определяют даты наступления какого-либо одного произвольно выбранного уровня воды в верхнем створе. Затем, задавшись несколькими наиболее возможными для выбранного участка значениями времени добегаия, для каждого из них выбирают уровни воды в нижнем створе, которые соответствуют исходному уровню в верхнем створе, и вычисляют среднее отклонение (без учета знака) этих уровней воды от их среднего значения. Окончательно принимают то время добегаия, при котором отклонение будет минимальным.

Аналогично указанному проводят расчеты для различных исходных уровней в верхнем створе. После этого строят графики времени добегаия и соответственных уровней.

Пример 1.1. Построение графиков связи соответственных уровней и времени их добегаия для р. Днестра на участке г. Галич — р. Могилев-Подольский по характерным точкам.

Строим совмещенный график хода уровня воды в верхнем и нижнем створах почти бесприточного участка (рис. 1.2). На графике отмечаем характерные точки — максимумы, минимумы, точки перегиба и длительного стояния примерно одинакового уровня воды (эти точки помечены цифрами: для г. Галича 1, 2, 3, ...,

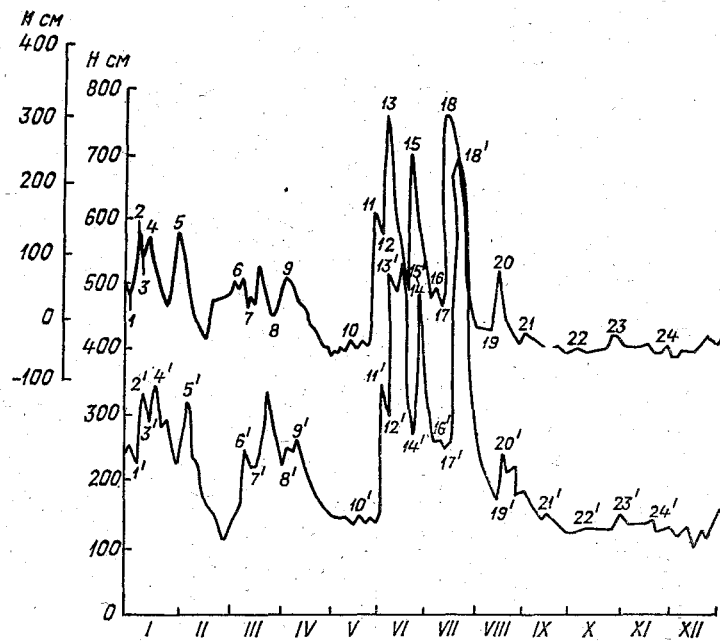


Рис. 1.2. Совмещенный график колебаний уровня р. Днестра у г. Галича и у г. Могилева-Подольского.

Цифрами обозначены соответственные уровни.

для г. Могилева-Подольского 1', 2', 3' ...). По выделенным точкам находим время добегаия воды как разность дат наступления соответственных уровней в нижнем и верхнем створах участка. Результаты заносим в таблицу.

Время добегаия нужно определять по тем характерным точкам, у которых наилучшее соответствие в ходе уровней в обоих створах.

По данным таблицы строим график (рис. 1.3) соответственных уровней и времени добегаия. Для большей надежности такие графики надо строить по данным за ряд лет.

Пример 1.2. Определение времени добегаия с помощью графика соответственных уровней воды и данных наблюдений за

уровнем воды для р. Днестра на участке г. Галич — г. Могилев-Подольский.

Воспользуемся графиком соответственных уровней для этого участка, полученным в примере 1.1 (рис. 1.3). Все вычисления сведем в табл. 1.1.

По ряду уровней р. Днестра у г. Галича (табл. 1.1, графы 1—3) с графика (рис. 1.3) снимаем значения соответственных уров-

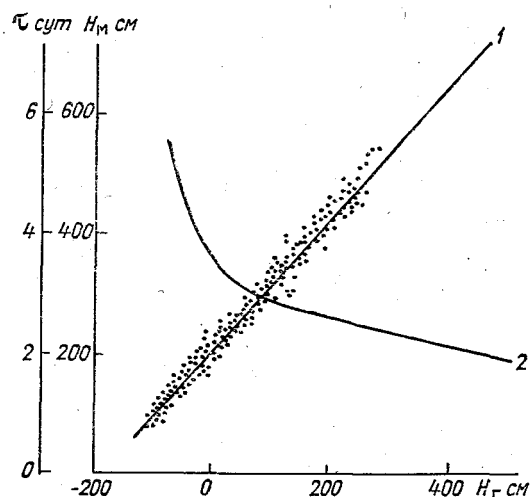


Рис. 1.3. Связь соответственных уровней р. Днестра у г. Галича H_G и у г. Могилева-Подольского H_M (1) и времени добега между ними с уровнем в верхнем створе H_G (2).

ней р. Днестра у г. Могилева-Подольского (графа 4). По фактическим ежедневным значениям уровня р. Днестра у г. Могилева-

Таблица 1.1

Определение времени добега по графику соответственных уровней

г. Галич			г. Могилев-Подольский					
Дата	Уровень H_G	Фаза	Уровень по рис. 1.3 (H_M)	Дата или интервал наблюдения за уровнем D_M	Фактический уровень воды в интервале		Дата, вычисленная по интерполяции (с округлением) D'_M	Расчетное время добега, сут
					в начале $H_{M, н}$	в конце $H_{M, к}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2/VI	122	Подъем	335	4—5/VI	157	364	5/VI	3,0
18/VII	450	Подъем	703	20/VII	703	703	20/VII	2,0
15/VIII	40	Спад	240	18—19/VIII	244	230	18/VII	3,0

Подольского выбираем даты, когда наблюдались снятые с графика уровни воды. Если уровень воды был между сроками наблюдений, то выписываем как эти сроки, так и уровни воды (графы 5—7). В графе 8 записываем даты наблюдения соответственных уровней, которые установлены путем линейной интерполяции:

$$D'_M = D_{M, n} + (H'_M - H_{M, n}) / (H_{M, k} - H_{M, n}),$$

где $D_{M, n}$ — дата начала интервала, в котором наблюдался уровень H_M . По разности дат, приведенных в графах 8 и 1, определяем расчетное время добегания и записываем в графу 9.

Описанным способом наиболее точно можно определить время добегания в периоды интенсивных изменений уровня. При малых изменениях уровня за время добегания, соизмеримых с погрешностью графиков, могут быть допущены довольно большие ошибки. Эти случаи не рекомендуется использовать в расчетах.

Пример 1.3. Построение графиков связи соответственных уровней и времени их добегания для р. Мархи на участке створа Чумпурук — с. Малыкай на основе принципа наименьших погрешностей.

Вначале задаем уровень воды у поста Чумпурук — 700 см — и за ряд лет определим даты наступления этого уровня. Затем выбираем наиболее вероятные для данного участка значения времени добегания от 0 до 4 сут. Находим уровни воды у с. Малыкай, сдвинутые на эти значения времени добегания. Далее производим вычисления в соответствии с табл. 1.2. Как следует

Таблица 1.2

Расчет времени добегания

Дата наступления уровня 700 см у п. Чумпурук	Уровни воды у с. Малыкай через 0—4 сут (H_0, \dots, H_4) и их отклонения от среднего уровня ($\Delta H_0 = H_0 - \bar{H}_0, \dots, \Delta H_4 = H_4 - \bar{H}_4$)									
	H_0	ΔH_0	H_1	ΔH_1	H_2	ΔH_2	H_3	ΔH_3	H_4	ΔH_4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
19/VI-67	632	-156	664	-87	662	-49	668	-9	650	-3
31/V-68	813	25	758	7	678	-33	613	-64	580	-73
3/VI-69	824	36	771	20	721	10	674	-3	632	-21
18/VI-70	785	-3	766	15	723	12	682	5	641	-12
1/VI-71	760	-28	752	1	710	-1	691	14	765	112
1/VI-72	804	16	768	17	706	-5	640	-37	586	-67
4/VI-73	817	29	783	32	724	13	691	14	690	37
3/VI-76	812	24	767	16	721	10	673	-4	628	-25
18/VI-77	716	-76	730	-21	752	41	776	99	766	113
1/VI-79	829	41	763	12	747	36	740	63	713	60
17/VI-80	794	6	717	-34	693	-18	618	-59	543	110
31/V-81	736	-52	727	-24	725	14	722	45	705	52
2/VI-83	927	139	795	44	687	-24	618	-59	591	-62
Средн.	788	48	751	25	711	20	677	36	653	57

из данных таблицы, минимальная ошибка соответствует времени добегания, равному 2 сут (графа 7). Следовательно, уровню 700 см у поста Чумпурук соответствует уровень 711 см (графа 6) у с. Малыкай. Аналогичные вычисления выполняем для исходных

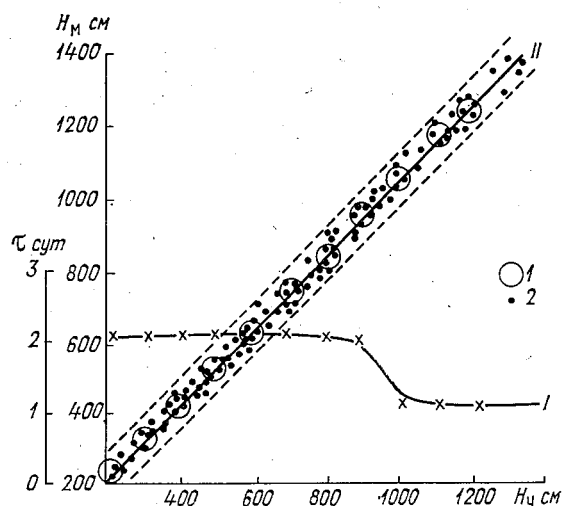


Рис. 1.4. Графики времени добегания (I) и связь соответственных уровней воды для р. Мархи на участке г/м ст. Чумпурук ($H_{\text{ч}}$)—с. Малыкай ($H_{\text{м}}$) (II).
1 — по способу наименьших погрешностей, 2 — по данным гидрологических ежегодников. Пунктирные линии соответствуют допустимой погрешности прогноза, равной $0,674 \sigma_{\Delta}$.

уровней 200, 300, 400, 500, 600, 800, 900, 1000, 1100 и 1200 см. Окончательные результаты этих вычислений сводим в таблицу, по данным которой строим графики времени добегания и соответственных уровней воды (рис. 1.4).

1.2. Способы прогноза на приточных участках

Основой при разработке способов прогноза уровня (расхода) воды для приточного участка является карта изохрон руслового добегания воды в бассейне до замыкающего створа. Для ее построения по отдельным участкам рек определяют время добегания, которое наносят на карту (схему) речной сети. По этим данным на карте проводят линии с одинаковыми значениями времени руслового добегания, т. е. изохроны.

Карты можно строить для периодов разной водности реки (высоких, средних и низких уровней воды). Если влияние промежуточной приточности не позволяет достаточно точно определить

время добегания на некоторых участках, то его приближенно можно установить с учетом средней скорости добегания по участкам рек и притоков.

В данном случае скорость добегания может быть вычислена как среднее из скоростей течения воды на ближайшем верхнем и нижнем постах (створах). После построения карты изохрон (рис. 1.5) не представляет больших затруднений установить связи

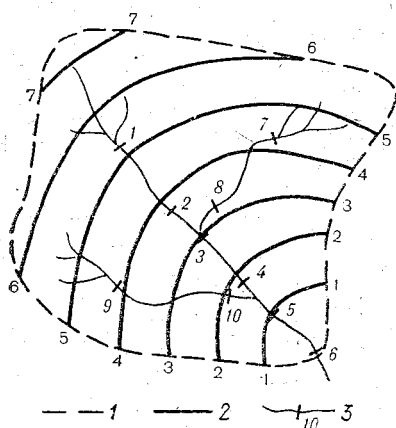


Рис. 1.5. Схема приточного участка реки. 1 — линия водораздела, 2 — изохроны руслового добегания воды (цифры у линий — время добегания в сутках), 3 — гидрологические посты (с 1-го по 10-й).

между уровнями (расходами) верхних и нижних постов (створов). Для приведенных на рис. 1.5 постов можно записать:

$$H_2 = f(H_1), \quad H_3 = f(H_2, H_8), \quad H_4 = f(H_3), \quad H_5 = f(H_4, H_{10}),$$

$$H_6 = f(H_5), \quad H_8 = f(H_7), \quad H_{10} = f(H_9).$$

Наиболее просто прогноз уровня воды для нижнего поста по данным наблюдений двух вышележащих постов можно составить по графической зависимости $H_n = f(H_{B_1}, H_{B_2})$. При построении графиков связи соответственных уровней с учетом двух верхних створов можно использовать два приема.

В первом случае на осях координат откладывают уровни воды верхних створов, а у точек пишут соответствующие им уровни нижнего створа, по значениям которых на поле графика проводят изолинии (рис. 1.6). Прогнозируемый уровень в нижнем створе определяют путем интерполяции между изолиниями в зависимости от значений соответственных уровней в верхних створах.

Во втором случае на оси абсцисс откладывают уровни верхнего створа, а на оси ординат — уровни нижнего створа. У точек выписывают значения уровней воды на притоке, по которым проводят линии (рис. 1.7).

Если во входных створах имеются данные о расходе воды, то число створов можно не ограничивать. При одинаковом времени добегания от всех верхних постов устанавливают связь расходов

или уровней воды в замыкающем створе с суммой расходов воды во входных створах, отстоящих на время добегания:

$$Q_{н, t+\tau} = f\left(\sum_{i=1}^n Q_{в_i, t}\right), \quad (1.10)$$

$$H_{н, t+\tau} = f_1\left(\sum_{i=1}^n Q_{в_i, t}\right), \quad (1.11)$$

где n — число входных створов.

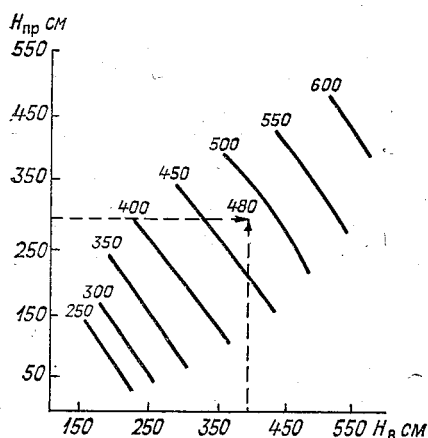


Рис. 1.6. Связь соответственных уровней трех постов.

У изолиний — уровни нижнего поста.

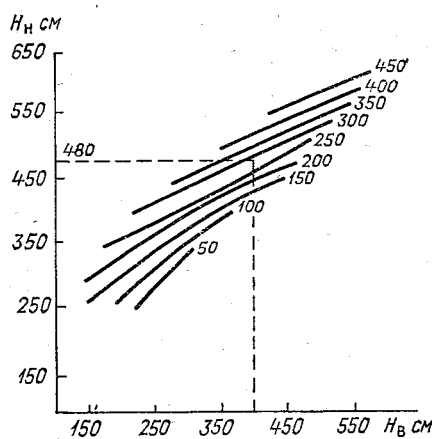


Рис. 1.7. Связь соответственных уровней трех постов.

У изолиний — уровень воды на притоке.

Использование в качестве исходной величины суммы соответственных расходов воды позволяет ввести третью переменную, например неучтенный входными створами боковой приток. Для характеристики бокового притока иногда используют метеорологические факторы. Можно рекомендовать, например, зависимости следующего типа:

$$H_{н, t+\tau} = f\left[\sum_{i=1}^n Q_{в_i, t}, (\eta_1 P + \eta_2 h_T)\right], \quad (1.12)$$

где η_1 — коэффициент стока осадков P ; η_2 — коэффициент стока талых вод h_T .

Иногда не удается выбрать верхние створы таким образом, чтобы время добегания от каждого из них к замыкающему створу было одинаковым. В таких случаях расходы воды суммируют с учетом времени добегания. Естественно, в этом случае заблаговременность прогноза будет равна минимальному времени добегания. Если заблаговременность мала, то прибегают к интерполяции расходов по рекам, на которых гидрометрические створы

расположены выше и ниже изохроны, отвечающей принятой за-
благовременности прогноза.

Для интерполяции лучше всего использовать соотношение про-
межуточных площадей водосбора между гидрометрическими
створами:

$$Q_i = Q_2 - (f_i/f)(Q_2 - Q_1), \quad (1.13)$$

где Q_i — расход воды на заданной изохроне; Q_1, Q_2 — расход
воды в створах выше и ниже заданной изохроны соответственно;
 f_i — приращение площади водосбора на участке между изохрон-
ной и нижним створом; f — приращение площади между верхним
и нижним створами. Однако следует учитывать, что зависимости,
построенные с учетом интерполяции, являются менее точными.

Пример 1.4. Зависимость для прогноза уровня воды Амура
у с. Константиновка по методу соответственных уровней.

Рассмотрим участок Амура от с. Черняева до с. Константи-
новка. Промежуточная площадь на этом участке составляет
295 тыс. км², причем на основной приток (р. Зея у с. Мазанова)
приходится 199 тыс. км², т. е. более 67 % этой площади. Участок
характеризуется хорошо развитой поймой.

Построим прогностическую зависимость вида

$$H_{K,t} = f[H_{Ч,t-\tau}, H_{М,t-\tau_1}],$$

где $H_{K,t}$, $H_{Ч,t-\tau}$ — уровень р. Амура у с. Константиновка и
у с. Черяева; $H_{М,t-\tau_1}$ — уровень р. Зеи у с. Мазанова; τ и τ_1 —
время добегания соответственно от с. Черняева до с. Констан-
тиновка и от с. Мазанова до с. Константиновка.

Время добегания волны паводка от с. Черняева на р. Амуре
и от с. Мазанова на р. Зее до замыкающего створа с. Констан-
тиновка определено по скорости перемещения волны. Оказалось,
что для обоих участков время добегания почти не зависит от
уровня и равно в среднем 4 сут.

Графическое построение выполним по второму способу (у то-
чек нанесем уровни воды на притоке). Полученная связь пред-
ставлена на рис. 1.8. Прогноз по этой связи имеет обеспечен-
ность 97 %.

Пример 1.5. Зависимость для прогноза ежедневных уровней
воды р. Днепра у с. Речица по сумме расходов верхних створов.

Строим график связи уровней р. Днепра у с. Речица с сум-
мой соответственных расходов в верхних створах, лежащих на
одной изохроне с 3-суточным временем добегания до нижнего
створа (рис. 1.9):

$$H_{Р,t+3} = f(Q_{Ж,t} + Q_{С,t}),$$

где $H_{Р,t+3}$ — уровень р. Днепра у с. Речица на дату $t+3$; $Q_{Ж,t}$
и $Q_{С,t}$ — расход воды соответственно р. Днепра у г. Жлобина и
р. Березины у г. Светлогорска в момент t .

По данным об уровне воды на дату выпуска прогноза определяем расход воды р. Днепра у г. Жлобина и р. Березины у г. Светлогорска и их сумму, по которой с помощью связи на рис. 1.9 находим прогнозируемые значения уровня на дату $t+3$.

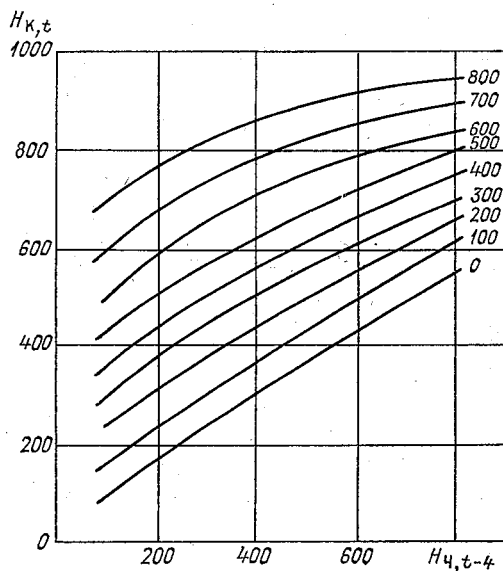


Рис. 1.8. Связь соответственных уровней р. Амура у с. Константиновка $H_{к}(t)$, Амура у с. Черянева $H_{ч}, t-4$ и р. Зеи у с. Мазанова $H_{м}, t-4$.
Цифры у линий — значения $H_{м}, t-4$.

1.3. Способы прогноза с учетом распластывания паводка

На относительно длинных участках рек может наблюдаться значительное распластывание паводка, т. е. рост продолжительности и снижение высоты паводка по мере продвижения вниз по течению.

Основой прогноза в этом случае служат уравнения (1.6) либо (1.7). Как и в предыдущем случае, лучше пользоваться данными о расходе воды. Для практического использования указанных соотношений необходимо каким-либо образом учесть распластывание паводка ΔQ_p . Эта величина зависит от степени заполнения русла и распределения расхода (уровня) на данном участке. Поэтому для учета величины ΔQ_p можно использовать расход воды в верхнем и нижнем створах, косвенно характеризующий крутизну волны. В этом случае можно искать зависимость вида (1.9) либо

$$\Delta Q_p = f(Q_{в,t}, \bar{Q}_в), \quad (1.14)$$

где $\bar{Q}_в$ — средний расход воды в верхнем створе за некоторый предшествующий период времени.

Используют также следующие характеристики крутизны волны:

$$I_K = Q_{B,t} - Q_{H,t} \quad (1.15)$$

или

$$I_K = Q_{B,t-\Delta t} - Q_{B,t} \quad (1.16)$$

Если участок приточный, то необходимо наряду с распластыванием учитывать влияние приточности, применяя подходы, которые описаны в п. 1.2.

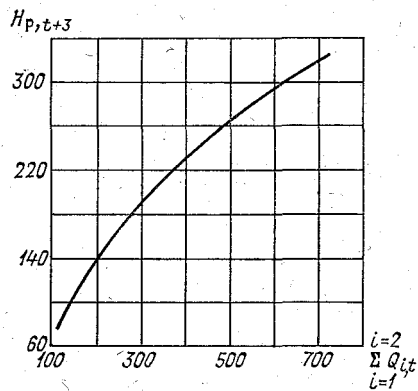


Рис. 1.9. Связь уровней р. Днепра у с. Речица $H_P(t+3)$ с суммой соответственных расходов воды р. Днепра у г. Жлобина и р. Березины у г. Светлогорска $\left[\sum_{i=1}^{i=2} Q_{i,t} \right]$ при заблаговременности 3 сут.

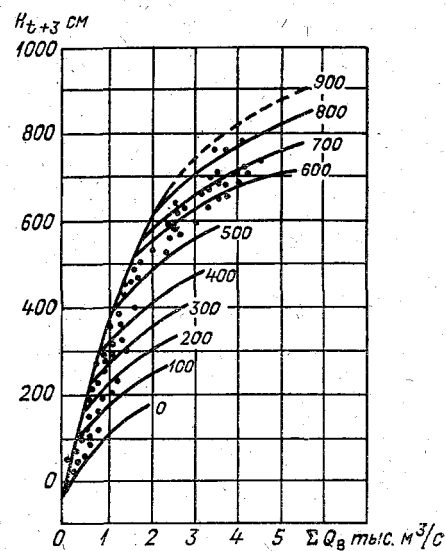


Рис. 1.10. Связь для прогноза уровня воды в нижнем пункте реки по сумме расходов в верхних пунктах.

Цифры у линий — уровень воды в нижнем пункте на дату выпуска прогноза.

Аналогичные характеристики крутизны волны можно получить и для уровня. Чаще других используют характеристики уклона, обычно определяемые по разности отметок уровня верхнего и нижнего постов. Иногда в качестве характеристики трансформации используют уровень воды нижнего створа в день выпуска прогноза. Такая связь показана на рис. 1.10, которая построена для приточного участка реки. Характеристикой притока служит сумма расходов воды в верхних створах реки ($\sum Q_B$).

Глава 2.

Прогноз расходов и уровней воды, основанный на приближенных уравнениях трансформации паводочных волн

Расчетные соотношения этой группы методов получаются из уравнения неразрывности (1), проинтегрированного по длине реки, и динамического уравнения (2) без инерционных членов:

$$dW/dt + Q - Q_{\text{в}} = Q_{\text{б}}, \quad (2.1)$$

$$W = f(\tilde{Q}), \quad (2.2)$$

где W — объем воды на участке русла длиной L ; Q и $Q_{\text{в}}$ — расход воды в выходном и входном створах участка; $Q_{\text{б}}$ — боковой приток на всем участке; \tilde{Q} — некоторый взвешенный на рассматриваемом участке расход воды. Зависимость (2.2) часто называют кривой объемов.

Допущение о малости инерционных членов для большинства паводочных волн вполне приемлемо и не должно приводить к существенным погрешностям. Более принципиальным является допущение о наличии однозначной связи между объемом и некоторым взвешенным расходом воды на участке. Собственно различие методов, реализующих соотношения (2.1)—(2.2), связано с поиском вида этой зависимости, который бы лучше всего отвечал реальному физическому процессу. В соответствии с этим можно рассматривать модели, основанные на линейной и нелинейной аппроксимации выражения (2.2).

Большим преимуществом первого подхода является возможность получить относительно простые аналитические решения. В связи с этим линейные модели получили значительно большее распространение в практике, чем нелинейные. Этому способствует также возможность использования кусочно-линейной аппроксимации зависимости (2.2) для учета нелинейности. В любом случае нелинейные модели целесообразно использовать только тогда, когда ни одна из линейных моделей не дает приемлемых для практики результатов.

2.1. Линейные модели трансформации для бесприточных участков

Разобьем рассматриваемый участок реки L на n расчетных участков (могут быть разной длины), для каждого из которых зададим линейные зависимости типа (2.2). При этом взвешенные расходы в них положим равными линейной комбинации входного

и выходного расходов для данного отрезка. Положим также, что боковой приток на участке пренебрежимо мал, т. е. $Q_6=0$. Тогда для определения расхода воды в замыкающем створе участка получим систему линейных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$dW_i/dt + Q_i = Q_{i-1}, \quad (2.3)$$

$$W_i = \tau_i [\alpha_i Q_{i-1} + (1 - \alpha_i) Q_i] \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.4)$$

где Q_{i-1} , Q_i — расход воды в начале и в конце i -го расчетного участка соответственно; α_i — параметр для получения взвешен-

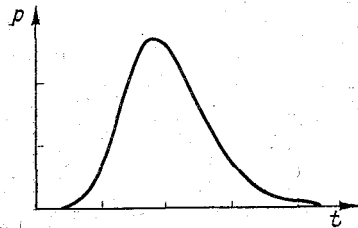


Рис. 2.1. Общий вид кривой добегания.

ных расходов \bar{Q}_i ; τ_i — параметр кривой объемов, соответствующий среднему времени добегания на i -м расчетном участке.

При нулевых начальных условиях (расход воды в начальный момент времени равен нулю на всем рассматриваемом участке русла) решение этой системы можно представить в виде интеграла Дюамеля:

$$Q(t) = \int_0^t p(t - \xi) Q_v(\xi) d\xi, \quad (2.5)$$

где $Q(t)$ — расход воды в замыкающем (нижнем) створе; $Q_v(t)$ — расход воды во входном (верхнем) створе участка; $p(t)$ — кривая добегания (функция влияния) на рассматриваемом участке, показывающая, какая часть расхода воды в верхнем створе доходит до замыкающего створа в момент времени t . Типичный вид кривой добегания для речных волн показан на рис. 2.1. Важным свойством является то, что площадь фигуры, ограниченной кривой добегания, равна единице. Это свойство отражает условие сохранения объема воды на участке. Характерно также, что кривая добегания имеет максимум и с увеличением времени стремится к нулю.

Соотношение (2.5) иногда более удобно представить в виде

$$Q(t) = \int_0^t p(\xi) Q_v(t - \xi) d\xi. \quad (2.6)$$

При большой кривизне связи $W=f(Q)$ ее приходится разбивать на два (или больше) линейных отрезка с различными ко-

эффициентами τ для каждого из них. В этом случае выражение (2.6) можно записать в слéдующем виде:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^l \int_0^t p_i(\xi) Q_b(t - \xi) d\xi. \quad (2.7)$$

где l — число отрезков кривой связи; $p_i(t)$ — кривая добегания, соответствующая i -му отрезку связи (2.2).

Расход воды обычно задают дискретно. В соответствии с этим и кривую добегания целесообразно задавать с той же дискретностью по времени. Тогда вместо соотношения (2.7) можно записать выражение для определения расходов воды в замыкающем створе в дискретные моменты времени:

$$Q_t = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{r_i} p_{ij} Q_{b,t-j+1}, \quad (2.8)$$

где r_i — максимальное число значимых ординат кривой добегания для i -го отрезка кривой объемов (часто его называют памятью кривой добегания); сумма r_i ординат каждой кривой добегания должна быть равна единице.

Выражение (2.8) является основным соотношением для расчета расхода воды в конце бесприточного участка. Расчет расхода воды в замыкающем створе сводится к последовательному умножению каждого расхода во входном створе на все ординаты соответствующей кривой добегания и последующему суммированию полученных произведений по строкам. Пример такого расчета для р. Волги у г. Астрахани показан в табл. 2.1. Входным створом является створ Волжской ГЭС им. XII съезда КПСС. Расчетный интервал времени равен 2 сут. Используются две кривые добегания: одна — для расходов воды до 15 000 м³/с (ординаты приведены в графе 4 таблицы); другая — для расходов воды больше 15 000 м³/с (графа 5).

Следует учитывать, что рассчитанные расходы воды можно принимать во внимание только с момента времени, отстоящего от начала расчета не меньше чем на r_i единиц времени, т. е. на число ординат кривой добегания (в данном случае со строки 11, т. е. с 10 мая). Это связано с тем, что в начальный момент времени заданы не нулевые расходы. В практике, как правило, приходится вести расчеты именно в таких случаях. Поэтому, чтобы получить расход выходного створа с какого-либо момента времени, необходимо начинать расчеты на r_i единиц времени раньше.

Наиболее часто расход воды в замыкающем створе рассчитывают для случая $l=1$, и выражение (2.8) принимает вид

$$Q_t = \sum_{j=1}^{r_1} p_{1j} Q_{b,t-j+1}.$$

Вычисления производят следующим образом. По данным $Q_{в, i}$ и Q_i определяют матрицу $Q_{в}$ и вектор Q . Задают начальное значение β , близкое к нулю, и систему (2.10) решают методом Гаусса. Затем, последовательно умножая β на множитель $\Delta\beta$ и каждый раз решая систему (2.10), получают набор решений, из которых выбирают то, для которого оказывается минимальной величина

$$\mu = \left| \sum_{i=1}^r |p_i| - 1 \right|. \quad (2.12)$$

Верхним пределом изменения β может служить средний объем воды в выходном створе за время r . После определения β , для которого μ оказалось наименьшим, расчеты можно повторить в области этого минимума с меньшим значением β , что позволит уточнить результат.

На точность решения большое влияние оказывает правильное задание числа искомых ординат r . Нужно стремиться, чтобы r не намного превышало фактическое число значимых ординат кривой добегания. Ориентировочно можно оценить r путем сопоставления входного и выходного гидрографов.

2.1.1.2. Метод Калинина—Милюкова. Решение получено в предположении, что \tilde{Q}_i можно приравнять расходу воды в выходном створе каждого i -го отрезка, т. е. положить равным нулю α_i в системе (2.3)—(2.4). Такое допущение приближенно выполняется для участков русла определенной длины, называемых характерными участками. В соответствии с этим весь рассматриваемый участок реки необходимо условно разбить на n таких характерных участков, т. е. построить систему уравнений (2.3)—(2.4) с $\alpha_i = 0$. Кроме этого полагается, что время добегания для всех участков одинаково, т. е. $\tau_i = \tau = \text{const}$. При этих предположениях из системы (2.3)—(2.4) можно получить следующее уравнение кривой добегания, представленное в дискретном виде:

$$p_i = \frac{\Delta t}{\tau (n-1)!} \left(\frac{i}{\tau} \right)^{n-1} \exp(-i/\tau) \quad (i = 1, 2, \dots, r), \quad (2.13)$$

где Δt — расчетный интервал времени (время добегания обычно выражается в единицах, кратных расчетному интервалу, поэтому $\Delta t = 1$).

Если в выражении (2.13) факториал $(n-1)!$ заменить гамма-функцией $\Gamma(n)$, это соотношение можно использовать и при дробных значениях n . Из выражения (2.13) можно легко вычислить ординаты кривой добегания в соответствующие моменты времени i . Следует заметить, что при расчетах по соотношению (2.13) для дискретных моментов времени сумма полученных ординат кривой добегания может не достигать единицы для ограниченного числа ординат. Например, для $n=1$, $\tau=1$ сумма значимых ординат, вычисленных по соотношению (2.13), достигает лишь значения 0,586. Это связано с тем, что непрерывная кривая добегания заменяется

ступенчатой. Для более точного определения ординат необходимо интегрировать выражение (2.13) для каждого отрезка $\{i-1, i\}$. Тогда получим следующую зависимость для определения ординат:

$$p_i = \exp[-(i-1)/\tau] \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{i-1}{\tau} \right)^{n-j} / (n-j)! \right\} - \exp(-i/\tau) \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{i}{\tau} \right)^{n-j} / (n-j)! \right\} \quad (i=1, 2, \dots, r). \quad (2.14)$$

Это выражение очень громоздко и может быть использовано только при целых значениях n . Многочисленные расчеты показали, что близкие к этим результаты можно получить более простым пересчетом ординат, полученных по соотношению (2.13): каждую полученную ординату делят на сумму всех ординат.

Приведенный в табл. 2.2 пример иллюстрирует хорошее совпадение данных, полученных по соотношению (2.14), с данными, пересчитанными с использованием суммы ординат, вычисленных по выражению (2.13).

Таблица 2.2

Значения ординат кривой добегаия при $n=1$ и $\tau=1$, полученных различными способами

Способ получения ординаты	Номер ординаты								Сумма
	1	2	3	4	5	6	7	8	
По соотношению (2.13)	0,368	0,137	0,051	0,019	0,007	0,003	0,001	0,000	0,586
От деления на сумму ординат	0,628	0,234	0,087	0,032	0,012	0,005	0,002	0,000	1,000
По соотношению (2.14)	0,632	0,231	0,086	0,032	0,012	0,004	0,002	0,001	1,000

Для практических расчетов выражение (2.13) нужно записать в другом виде:

$$p_i = \exp \{ (n-1) \ln(i/\tau) - i/\tau - \ln[\tau \Gamma(n)] \}. \quad (2.15)$$

Вычисления ординат кривой добегаия необходимо вести с точностью не ниже 0,001. Для целых значений $\Gamma(n) = (n-1)! = (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$. Если n дробное, $\Gamma(n)$, можно определить по таблице (прил. 1). Таким образом, расчет ординат кривой добегаия осуществляют в следующей последовательности:

- по соотношению (2.13) рассчитывают значения p_i при увеличении i от 1 до r , при котором $p_{r+1} < 0,001$;
- находят сумму полученных ординат;
- все ординаты делят на полученную сумму и принимают в качестве окончательных значений.

Определение параметров n и τ . Несмотря на то, что параметры кривой добегаания (2.13) n и τ имеют четкий физический смысл, задать достаточно надежно их значения по характеристикам русла трудно. Это связано с тем, что для разного наполнения русла его гидравлические и морфометрические характеристики очень сильно меняются и трудно определить, для какого наполнения лучше определять n и τ . Поэтому чаще всего эти параметры определяют подбором, когда ищут некоторые оптимальные для всего диапазона изменения расходов воды оценки параметров. Исходными данными при этом служит расход воды во входном и выходном створах для нескольких (трех—пяти) паводков (половодий). Необходимо также задать первое приближение параметров n и τ (начальные значения).

Для определения начального значения параметра n можно пользоваться рядом приближенных зависимостей. Наиболее общей, имеющей теоретическое обоснование, является зависимость

$$n = L/l_x, \quad (2.16)$$

где

$$l_x = \frac{Q}{i_y} \frac{\Delta H}{\Delta Q}, \quad (2.17)$$

L — длина рассматриваемого участка реки; l_x — длина так называемого характерного участка; Q , i_y — соответственно расход воды и уклон водной поверхности при установившемся режиме; $\Delta H/\Delta Q$ — отношение приращений уровней и расходов воды, снятых с кривой расходов.

Если кривые расходов отсутствуют, можно пользоваться эмпирическими зависимостями:

$$n = 2Li_y/\bar{h} \approx 2\Delta H_L/\bar{h}, \quad (2.18)$$

где \bar{h} — средняя глубина на участке, ΔH_L — падение уровня на всем рассматриваемом участке при установившемся режиме с глубиной \bar{h} .

Начальное значение параметра τ при наличии гидрографов во входном и выходном створах можно определить по формуле

$$\tau = \Delta t'/(n - 1), \quad (2.19)$$

где $\Delta t'$ — сдвиг в сроках наступления максимальных расходов, выраженный в принятых расчетных единицах времени.

Можно также пользоваться следующей приближенной зависимостью:

$$\tau = L/(1,3\bar{v}n), \quad (2.20)$$

где \bar{v} — средняя скорость течения на участке.

После определения начальных значений параметров n и τ по соотношению (2.8) можно рассчитать гидрограф в замыкающем створе и сравнить его с фактическим. Если расхождения окажутся значительными, необходимо несколько изменить n и τ и повторить

расчет гидрографа и сравнение его с фактическим. Эту процедуру необходимо повторять до получения удовлетворительной сходимости рассчитанного и фактического гидрографов. Сравнение необходимо вести для нескольких паводков, чтобы подбор не оказался случайным. Целесообразно проводить корректировку обоих параметров не одновременно, а сначала τ , затем n . При этом необходимо учитывать следующее:

1) при увеличении параметра τ и неизменном значении n увеличивается трансформация гидрографа (снижение максимума), причем максимум его смещается вправо;

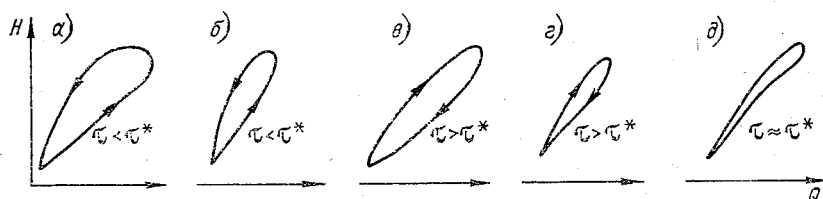


Рис. 2.2. Схема, иллюстрирующая подбор параметра по кривым расходов.
 τ^* — оптимальное значение параметра.

2) при увеличении параметра n и неизменном значении τ трансформация уменьшается и максимум гидрографа смещается тоже вправо.

Процедура такого подбора довольно трудоемка, особенно если параметры меняются с изменением расхода воды, когда приходится определять несколько значений τ и n . В связи с этим процедура была реализована на ЭВМ (прил. 2.1) и может быть использована для подбора параметров кривой добегания.

Определение n и τ при отсутствии измерений расхода воды в замыкающем створе. В период открытого русла в этом случае можно воспользоваться уровнем воды.

Положим, что между уровнем и расходом воды в замыкающем створе в период открытого русла существует однозначная связь. Тогда, определив параметры n и τ по зависимостям (2.18) и (2.20), рассчитаем расход воды по соотношению (2.8). Строим график связи $Q_p = f(H)$ (Q_p — рассчитанные расходы воды, H — фактические уровни). Связь может оказаться неоднозначной, т. е. будет петля. В этом случае расчеты повторяют еще раз с новым значением τ . При этом следует руководствоваться следующим правилом: если точки, соответствующие фазе подъема, располагаются на графике $Q_p = f(H)$ ближе к оси расходов (рис. 2.2 а, б), то параметр τ следует увеличивать, а при противоположном расположении точек (рис. 2.2 в, г) — уменьшать. Эту процедуру необходимо продолжать до тех пор, пока кривая связи станет близкой к однозначной (рис. 2.2 д). Следует отметить, что расчеты необходимо вести для нескольких разных по амплитуде паводков, чтобы получить параметры, характерные для всех случаев.

Приведенная схема может оказаться громоздкой для ручного счета (особенно, если используется не одна кривая добегания), и, кроме того, она основана на субъективной оценке сходимости. Поэтому при наличии ЭВМ можно пользоваться следующим алгоритмом нахождения параметров n и τ .

Связь расхода и уровня воды представим в виде

$$Q_p = a(H - H_0)^b, \quad (2.21)$$

где H_0 — отметка дна в замыкающем створе; a и b — параметры связи.

Прологарифмировав соотношение (2.21), можно найти выражение для расчета средней квадратической ошибки определения уровня воды по рассчитанным расходам воды:

$$s = D_h - K_{hq}^2/D_q, \quad (2.22)$$

где K_{hq} — корреляционный момент рядов $h = \ln(H - H_0)$ и $q = \ln Q_p$, характеризующий их связность; D_h и D_q — дисперсия значений h и q соответственно.

Корреляционный момент и дисперсию определяют из известных соотношений:

$$K_{hq} = \frac{1}{N} \sum_i h_i q_i, \quad D_h = \frac{1}{N} \sum_i (h_i - \bar{h})^2,$$

где N — длина ряда, \bar{h} — среднее значение ряда.

Меняя значения параметров n и τ , будем получать различные значения s . Задача заключается в нахождении тех значений n и τ , для которых s минимально. Поэтому можно воспользоваться методами оптимизации, позволяющими найти минимум функции (2.22). В итоге получим оптимальные значения параметров n^* и τ^* , а соответствующие им коэффициенты a и b рассчитаем по формулам:

$$b = D_q^*/K_{hq}^*, \quad (2.23)$$

$$a = b \exp(\bar{h} - b^{-1}), \quad (2.24)$$

где \bar{h} — среднее значение ряда h ; D_q^* и K_{hq}^* — значения дисперсии и корреляционного момента, полученные по рассчитанным расходам воды при оптимальных значениях n^* и τ^* . Необходимо помнить, что получаемая кривая расходов условная, так как при умножении всех значений расхода воды на постоянный коэффициент параметры кривой не изменяются. Таким образом, рассчитанные расходы воды могут отличаться от истинных на постоянный коэффициент.

Этот алгоритм реализован на ЭВМ (прил. 2.1), причем для оптимизации был использован метод Розенброка.

2.1.1.3. Метод Маскингам. Этот метод разработан в службе гидрологических прогнозов США и основан на предположении, что можно найти однозначную линейную связь между объемом

воды на всем рассматриваемом участке и взвешенным расходом, который представляет собой линейную комбинацию входного (Q_B) и выходного (Q) расходов воды типа (2.4): $W = \tau[\alpha Q_B + (1 - \alpha)Q]$, где τ и α — эмпирические параметры.

После численного интегрирования уравнения (2.3) с учетом последнего выражения для W расход воды в замыкающем створе рассчитывают по простому соотношению:

$$Q_{t+\Delta t} = \alpha_1 Q_{B,t} + \alpha_2 Q_{B,t+\Delta t} + \alpha_3 Q_t, \quad (2.25)$$

где

$$\alpha_1 = (\tau\alpha + 0,5 \Delta t) / [\tau - (\tau\alpha - 0,5 \Delta t)], \quad (2.26)$$

$$\alpha_2 = -(\tau\alpha - 0,5 \Delta t) / [\tau - (\tau\alpha - 0,5 \Delta t)], \quad (2.27)$$

$$\alpha_3 = [\tau - (\tau\alpha + 0,5 \Delta t)] / [\tau - (\tau\alpha - 0,5 \Delta t)]. \quad (2.28)$$

Из уравнений (2.26) — (2.28) следует, что $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, а шаг по времени Δt должен быть заключен в пределах

$$2\tau\alpha \leq \Delta t \leq 2\tau(1 - \alpha). \quad (2.29)$$

Таким образом, предвычисленный расход воды в замыкающем створе зависит от расхода воды во входном створе в момент выпуска прогноза и расходов в замыкающем и входном створах в момент времени, отстоящем на Δt единиц до выпуска прогноза. Используя соотношение (2.25) для последовательно меняющихся моментов, можно рассчитать весь гидрограф.

Основная трудность состоит в определении параметра α . Приближенно его можно оценить по соотношению

$$\alpha = \frac{1}{2} [1 - Q\tau / (BL^2 i_y)],$$

где B — средняя ширина на участке, L — длина участка, i_y — уклон водной поверхности при установившемся режиме.

После оценки параметра α по этому соотношению его значение необходимо уточнить, добиваясь наиболее тесной связи между объемом и расходом воды. Следует иметь в виду, что значение параметра α , как правило, заключено в пределах $0,25 \leq \alpha \leq 0,4$, а при $\alpha = 0,5$ этот метод дает практически такие же результаты, как и метод соответственных расходов.

Другой способ определения коэффициентов α_i основан на использовании данных о ежедневных расходах воды во входном и выходном створах. Вначале определяют время добегания τ на участке. Заблаговременность прогноза δ принимают примерно равной τ . По значению δ/τ находят коэффициент α_2 (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Значения коэффициента α_2 для различных значений δ/τ									
δ/τ	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	
α_2	0,07	0,09	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,24	

По данным о расходах воды строят линейную связь

$$\Delta Q_t - \alpha_2 \Delta Q_{в,t} = f(Q_{в,t-\delta} - Q_{t-\delta}), \quad (2.30)$$

где

$$\Delta Q_t = Q_t - Q_{t-\delta}, \quad \Delta Q_{в,t} = Q_{в,t} - Q_{в,t-\delta}.$$

Тангенс угла наклона этой связи равен $1 - \alpha_3$, а коэффициент $\alpha_1 = 1 - (\alpha_2 + \alpha_3)$.

Метод Маскингам обладает меньшей гибкостью, чем метод Калинина—Милюкова, в частности изменение расхода воды во входном створе практически сразу оказывает влияние на расход воды в замыкающем створе, что часто нехарактерно, особенно для длинных участков рек. Этот недостаток преодолевают путем использования комбинированной схемы трансформация—сдвиг. В этом случае вводят дополнительный параметр сдвига $t_{сд}$, равный числу единиц времени, на которые сдвигается вперед рассчитанный по соотношению (2.25) расход воды.

В силу отмеченных недостатков метод Маскингам целесообразно применять для сравнительно коротких участков рек. Не рекомендуется использовать этот метод при резких изменениях расхода воды во входном створе, так как из условия (2.29) Δt необходимо выбирать близким к τ , что может привести к сильному сглаживанию входного гидрографа.

Пример 2.1. Определение ординат кривой добегания путем решения обратной задачи.

Рассмотрим участок р. Юг между гидрометрическими створами с. Кичменгский Городок—с. Подосиновец длиной 125 км. На участке наблюдается заметный боковой приток, который учитывается с помощью коэффициента стоковой приводки ($k=1,59$), вводимого в значение расхода воды входного створа (с. Кичменгский Городок). Используя данные о расходе воды в указанных створах за 1977 г. в период весеннего половодья (рис. 2.3), строим систему уравнений (2.9) для 29 моментов (с 17 апреля по 15 мая) при числе ординат кривой добегания, равном 10. Полученную систему приводим к нормальной системе (2.10), которую решаем методом Гаусса при различных значениях параметра регуляризации β (в диапазоне от 10^{-3} до 10^3) — см. табл. 2.4.

Таблица 2.4

Зависимость оценок μ от параметра регуляризации β

β	10^{-3}	0,08	0,96	3,2	83	10^3
μ	1,82	1,00	0,11	0,00	0,10	0,34

Как видно из данных таблицы, оптимальная оценка получена при $\beta=3,2$. Кривая добегания при этом значении показана на рис. 2.4. Кривая достаточно гладкая и лишь в конце незначи-

тельно уходит в отрицательную область (до $-0,014$). В расчетах использована приведенная кривая добегания, которую получали следующим образом: ординаты, начиная с первой отрицательной, исключали; подсчитывали сумму оставшихся ординат (в данном случае $0,938$), которые затем делили на эту сумму. Таким образом, сумма ординат приведенной кривой добегания равна единице и она незначительно отличается от исходной кривой. Гид-

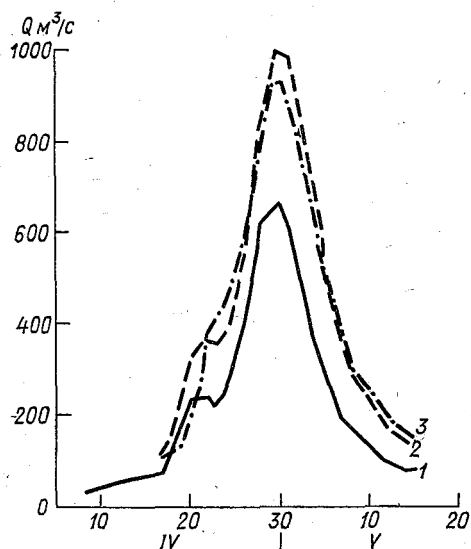


Рис. 2.3. Входной (1) и выходные (2 — фактический, 3 — рассчитанный) гидрографы; р. Юг — с. Подосиновец, 1977 г.

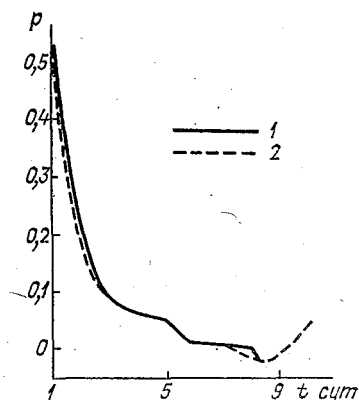


Рис. 2.4. Рассчитанная (2) и приведенная (1) кривые добегания; р. Юг участок с. Кичменгский Городок — с. Подосиновец.

рограф, рассчитанный с использованием приведенной кривой добегания, показан на рис. 2.3.

Пример 2.2. Определение параметров кривой добегания для расчета уровней воды в створе с. Усть-Кожва по расходу воды в с. Усть-Шугор (р. Печора).

Длина участка 164 км. Для расчетов используем программу для ЭВМ (прил. 2.1), реализующую подход, основанный на аппроксимации кривой расходов соотношением (2.21) и минимизации ошибки (2.22) (см. п. 2.1.1.2). Исходной информацией является расход воды в с. Усть-Шугор за 1966, 1967, 1973, 1975, 1976 гг. в период весеннего половодья (после очищения ото льда) и уровни воды в с. Усть-Кожва за те же периоды.

Параметр H_0 кривой расходов (2.21) определяем приближенно, путем сопоставления уровня воды входного створа, при котором расход близок к нулю, с соответствующим ему уровнем замыкающего створа. Его значение оказалось равным 50 см.

Начальные значения параметров кривой добегания n и τ , полученные по сдвигу центров тяжести входного гидрографа (с. Усть-Шугор) и графика хода уровня в замыкающем створе (с. Усть-Кожва),

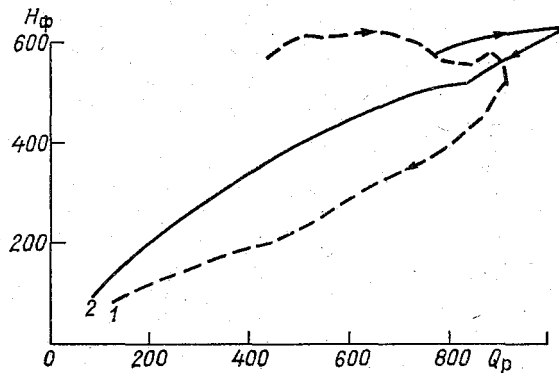


Рис. 2.5. Кривые расходов воды при начальных (1) и оптимальных (2) значениях параметров; р. Печора — с. Усть-Кожва, 1966 г.

равны 2,0 и 3,4 соответственно. Коэффициент стоковой приводки принимаем равным единице, так как участок практически бесприточный.

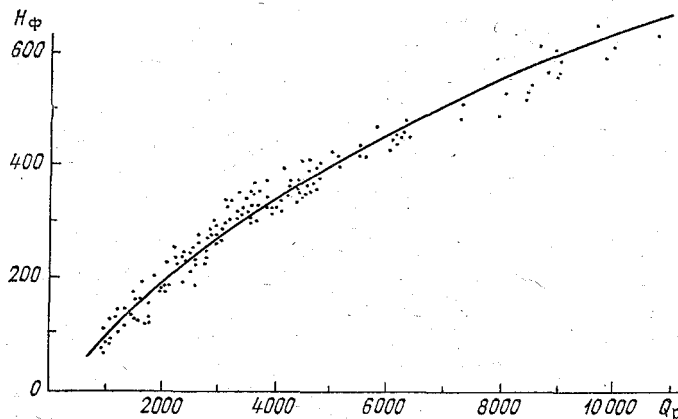


Рис. 2.6. Условная кривая расходов, полученная для р. Печоры у с. Усть-Кожва.

В результате оптимизации с использованием указанной программы и данных о расходе и уровне воды за пять лет были получены следующие значения параметров трансформации и кривой расхода в створе с. Усть-Кожва: $n=3,41$, $\tau=0,61$, $a=0,642$, $b=1,472$. На рис. 2.5 для одного года показано, как в процессе перехода от начальных параметров n и τ оптимальным приближается к однозначной связь расхода и уровня воды в створе с. Усть-Кожва.

Полученная условная кривая расхода показана на рис. 2.6. Там же нанесены точки по фактическому уровню и рассчитанному расходу в с. Усть-Кожва для пяти рассмотренных лет.

Пример 2.3. Установление прогностической зависимости для р. Прут на участке с. Корпач — г. Унгены по методу Маскинггам.

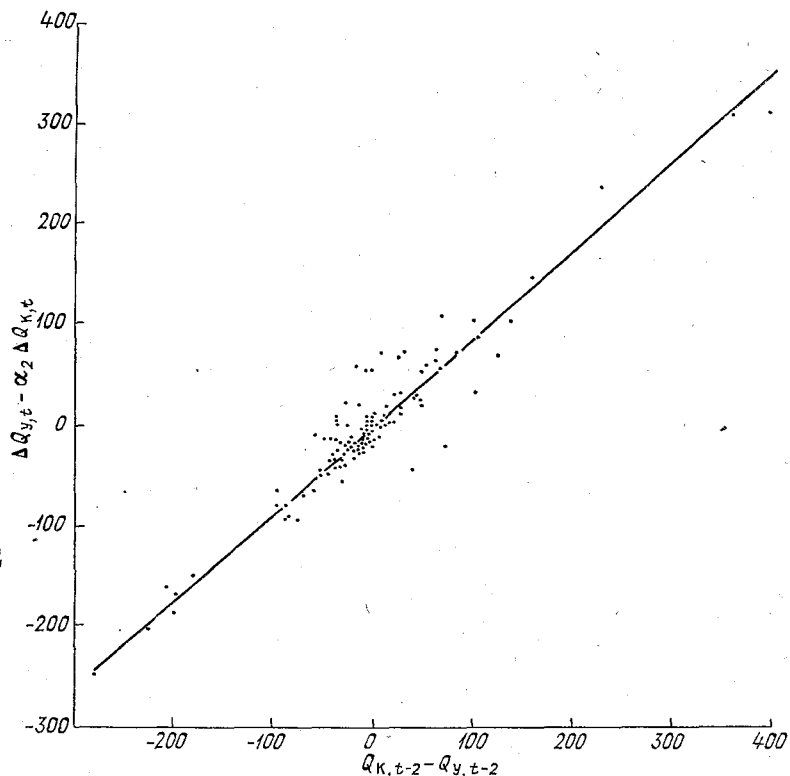


Рис 2.7. Связь $\Delta Q_t - \alpha_2 \Delta Q_{K,t} = f(Q_{K,t-2} - Q_{y,t-2})$ для определения коэффициента α_3 ; р. Прут участок с. Корпач — г. Унгены.

Длина участка 200 км, боковой приток на участке составляет менее 15—20 % стока верхнего створа и в прогностической схеме не учитывается. Время добегания τ , определенное по пикам паводков, равно 2 сут и почти не зависит от расхода воды. Учитывая это, заблаговременность δ примем равной 2 сут.

Из табл. 2.3 при $\delta/\tau=1$ найдем значение коэффициента $\alpha_2 = 0,14$. По данным о расходах воды во входном (с. Корпач) и выходном (г. Унгены) створах с учетом полученного коэффициента α_2 построим график связи (2.30), рис. 2.7. Тангенс угла наклона средней линии этой связи равен 0,87, следовательно, $\alpha_3 = 0,13$, а $\alpha_1 = 1 - (\alpha_2 + \alpha_3) = 0,73$.

Таким образом получаем уравнение для расчета расходов воды в створе г. Унгены с заблаговременностью 2 сут:

$$Q_{t+2} = 0,73Q_{в,t} + 0,14Q_{в,t+2} + 0,13Q_t,$$

где Q_{t+2} , Q_t — расход воды в створе г. Унгены в моменты времени $t+2$ и t ; $Q_{в,t+2}$, $Q_{в,t}$ — расход воды в створе с. Корпач в моменты времени $t+2$ и t .

При использовании этого уравнения для прогноза полагалось, что в течение 2 сут после выпуска прогноза расход воды во входном створе останется неизменным, т. е. $Q_{в,t+2} = Q_{в,t+1} = Q_{в,t}$. Тогда прогностическое уравнение

$$Q_{t+2} = 0,87Q_{в,t} + 0,13Q_t.$$

2.2. Нелинейные модели трансформации

Нелинейные модели основываются на решении системы уравнений (2.1) и (2.2) в случае нелинейной зависимости (2.2). Построение кривой объемов довольно сложный и трудоемкий процесс. В связи с этим нелинейные модели целесообразно применять только в тех случаях, когда линейные модели не дают удовлетворительного описания гидрографа стока.

2.2.1. Построение кривых объемов для участка реки

При построении кривых объемов в основном используются гидрометрические либо морфометрические данные. В соответствии с этим можно выделить ряд способов установления кривой объемов.

Построение кривой объемов с использованием уравнения водного баланса. Уравнение водного баланса для участка реки можно записать в виде

$$Q_{в} \Delta t + Q_{б} \Delta t - Q \Delta t = \Delta W, \quad (2.31)$$

где $Q_{в}$ и Q — средний расход воды соответственно в верхнем и нижнем створах участка за расчетный интервал времени Δt ; $Q_{б}$ — средний боковой приток на участке между этими створами; ΔW — изменение объема воды на участке за тот же интервал времени.

Произведя последовательное суммирование изменений объема воды и отнеся суммы к соответствующим значениям расхода в нижнем створе или расходу, осредненному на участке (\bar{Q}), можно построить графики зависимостей $W = f(Q)$ или $W = f(\bar{Q})$. Для построения этих зависимостей отбирают несколько паводков, характеризующихся интенсивным подъемом и спадом и разных по максимальному расходу. Подсчет можно вести как за период всего паводка, так и только за период его спада. При расчете только за период спада суммирование объема надо вести в обратном направлении, от момента t'_0 в сторону ранних дат (рис. 2.8). Чтобы

избежать искажения кривой объемов, расчеты не следует вести в самом конце спада, когда разность расходов воды резко уменьшается. Рисунок 2.8 иллюстрирует динамику объема воды на участке в период прохождения паводка.

Пример расчета за период спада одного паводка для бесприточного участка приведен в табл. 2.5. Расчеты выполняют в сле-

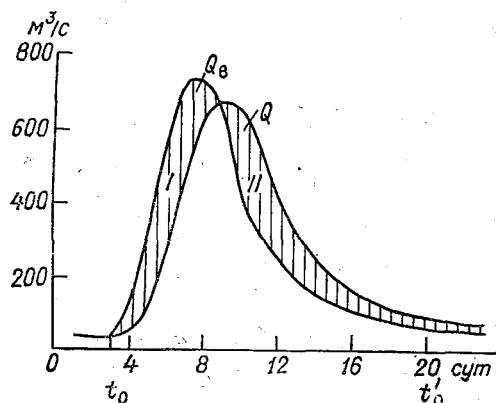


Рис. 2.8. Совмещенные гидрографы на бесприточном участке реки.

$Q_{в}$ — расход воды в верхнем створе,
 Q — расход воды в нижнем створе;
 I — накопление запаса воды; II — истощение запаса воды.

дующем порядке. В графы 2 и 3 записывают расход воды в нижнем (Q) и верхнем ($Q_{в}$) створах на одну и ту же дату. Разность этих расходов записывают в графу 4, затем их последовательно суммируют, начиная с последней разности (снизу вверх). Нарастающую сумму разностей заносят в графу 5. Объем воды определяют путем умножения чисел графы 5 на число секунд в сутках (графа 6). Для практических расчетов трансформации по су-

Таблица 2.5

Пример расчета ординат кривой объемов для бесприточного участка реки по средним суточным значениям расходов воды

Дата	Расход воды, м³/с		Разность расходов воды	Сумма разностей расходов воды	Объем воды на участке, млн м³	Средний расход воды на участке, м³/с
	в нижнем створе	в верхнем створе				
1	2	3	4	5	6	7
30/III	4760	4210	550	8873	767	4485
31/III	4760	3500	1260	8323	719	4130
1/IV	4310	2540	1770	7063	610	3425
2/IV	3680	1680	2000	5293	457	2630
3/IV	2680	1140	1540	3293	284	1910
4/IV	1750	851	899	1753	151	1300
5/IV	1250	716	534	854	74	933
6/IV	1070	750	320	320	28	910

точным интервалам кривую объемов лучше строить прямо по данным графы 5, что сокращает объем вычислений. Наконец, в последнюю графу таблицы записывают вычисленные на каждую дату средние значения расхода $\bar{Q} = 0,5 (Q_b + Q)$.

Полученные для каждого отдельного паводка кривые объемов наносят на один график и приводят к одному произвольно выбранному расходу Q' путем смещения по вертикали. Первоначально кривую объемов строят как среднюю для пучка совмещенных кривых или как некоторую огибающую в этом пучке.

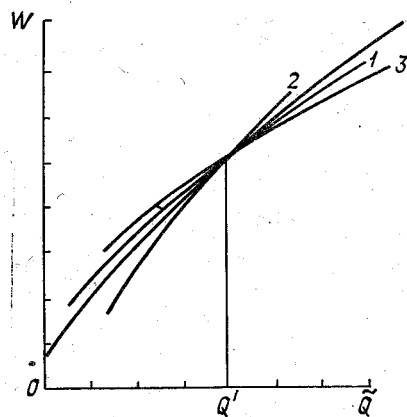


Рис. 2.9. Построение кривой объемов для участка реки.

1-3 — номера паводков.

Для уточнения формы кривой объемов в области небольших расходов воды вычисляют два-три значения объема воды на участке для разных расходов при установившемся режиме:

$$W = L(Q_b + Q) / (2\bar{v}),$$

где L — длина участка, \bar{v} — средняя скорость течения. Эти значения наносят на тот же график и проводят среднюю для пучка кривую (рис. 2.9).

Рассмотренный подход может быть использован также для приточных участков. Если на участке впадает один или несколько крупных притоков, то их расход прибавляют к расходу воды верхнего створа главной реки. Средний расход определяют при этом по соотношению

$$\bar{Q} = 0,5 (\sum Q_i + Q_b + Q), \quad (2.32)$$

где Q_i — расход воды притоков.

Если кроме сосредоточенного притока с измеряемыми на нем расходами имеются другие, мелкие притоки без наблюдений, общий расход бокового притока воды на участке определяют по соотношению

$$Q_6 = (1 + k) Q_{пр}, \quad (2.33)$$

где $Q_{\text{пр}}$ — известный расход притока, выпадающего на участке русла; k — коэффициент, определяемый из условия баланса за паводок

$$k = (W - W_{\text{в}} - W_{\text{пр}}) / W_{\text{пр}}, \quad (2.34)$$

где $W_{\text{в}}$, W и $W_{\text{пр}}$ — объем воды за период паводка соответственно в верхнем и нижнем створах, а также на притоке.

Построение кривой объемов по средневзвешенному на участке расходу воды. Для длинных речных волн при незначительной кривизне линии расходов воды по длине можно пользоваться зависимостью

$$W = \tau \tilde{Q}. \quad (2.35)$$

Для бесприточных участков время добегания τ довольно просто определяется по характерным точкам совмещенного графика уровней (расходов) воды. Средневзвешенный расход можно определять по соотношению $\tilde{Q} = 0,5 (Q_{\text{в}} + Q)$. Если время добегания сильно меняется в зависимости от расхода воды, расчеты W необходимо вести по интервалам, для которых τ можно принять постоянным:

$$W(\tilde{Q}) = \sum_{i=1}^{k_1} (\tilde{Q}_{i+1} - \tilde{Q}_i) \frac{1}{2} [\tau(\tilde{Q}_{i+1}) + \tau(\tilde{Q}_i)]. \quad (2.36)$$

Значительно сложнее определить время добегания и средневзвешенный расход на приточном участке. В этом случае можно воспользоваться подходом, предложенным Р. А. Нежиховским. Время добегания оценивается по средней скорости течения ($\tau = L/\bar{v}$), которая определяется по формуле

$$\bar{v} = a \tilde{Q}^{0,25} i^{0,38}, \quad (2.37)$$

где i — средний уклон водной поверхности на участке в межень, ‰; \tilde{Q} — средний расход воды на участке, м³/с; a — параметр, зависящий в основном от отношения средней ширины реки \tilde{B} к средней максимальной глубине $\tilde{h}_{\text{макс}}$ на участке при данном расходе \tilde{Q} .

Значения параметра a для всего диапазона колебаний максимальных годовых расходов воды даны в табл. 2.6. Если на участке в русле водная растительность и пойма почти сплошь покрыта кустарником и лесом, то параметр a уменьшают на 25—30 %, и, наоборот, если русло чистое, песчаное, а пойма открытая и ровная, то его увеличивают на 15—20 %. Величины \tilde{B} и $\tilde{h}_{\text{макс}}$ берут по данным промеров, гидрографических описаний, материалов аэрофотосъемок и пр. При отсутствии данных о средней максимальной глубине параметр a ориентировочно можно принять с учетом отношения средней ширины при расходе \tilde{Q} к средней ширине в межень (графа 3 табл. 2.6).

Таблица 2.6

Параметр a в формуле $\tilde{v} = a\tilde{Q}^{0,25}i^{0,38}$ (для большого, морфометрически однородного участка реки)

Характеристика поймы	Морфометрические характеристики участка		a
	Отношение средней ширины (м) к средней максимальной глубине (м) в половодье	Отношение средней ширины в половодье (м) к средней ширине в межень (м)	
1	2	3	4
$200 \text{ км}^2 \leq F \leq 2000 \text{ км}^2$			
Очень большая	600	60	0,07
	300	40	0,08
Большая	200	30	0,09
	100	18	0,12
Средняя	75	15	0,14
	40	8	0,18
Небольшая	25	4	0,22
	15	2	0,27
Отсутствует	10	1,3	0,30
	5	1,1	0,35
$2000 \text{ км}^2 \leq F \leq 10000 \text{ км}^2$			
Очень большая	800	55	0,09
	400	35	0,12
Большая	300	25	0,14
	150	15	0,18
Средняя	100	10	0,24
	75	7	0,28
Небольшая	50	4	0,33
	25	2	0,42
Отсутствует	15	1,3	0,47
	10	1,1	0,50
$10000 \text{ км}^2 \leq F \leq 50000 \text{ км}^2$			
Очень большая	1300	50	0,10
	600	30	0,13
Большая	400	23	0,15
	250	14	0,18
Средняя	150	9	0,23
	100	6	0,27
Небольшая	75	4	0,32
	40	2	0,42
Отсутствует	25	1,3	0,50
	15	1,1	0,55
$50000 \text{ км}^2 \leq F \leq 1000000 \text{ км}^2$			
Очень большая	2000	45	0,11
	1000	30	0,13
Большая	700	22	0,14
	500	13	0,16
Средняя	400	9	0,19
	200	16	0,24
Небольшая	150	4	0,27
	80	2	0,35
Отсутствует	50	1,3	0,40
	25	1,1	0,50

При отсутствии данных об уклоне на участке реки его можно оценить в промилле (в пределах равнинной части Европейской территории СССР) по выражению

$$i = \xi/L^{0,62}, \quad (2.38)$$

где L — расстояние от истока реки до середины участка, км; ξ — параметр, зависящий от рельефа бассейна и в среднем равный на низменностях 2, на равнинах 4, на увалах 10, на возвышенностях 17.

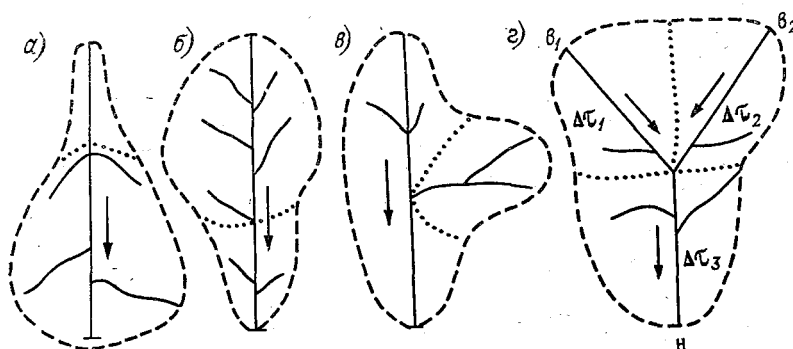


Рис. 2.10. Схема приточных участков рек.

Средневзвешенный расход воды на приточном участке реки находят в зависимости от типа приточности (рис. 2.10) по соотношению

$$\tilde{Q} = \alpha Q_{\text{в}} + (1 - \alpha) Q, \quad (2.39)$$

где α — коэффициент, отражающий влияние расходов воды в верхнем и нижнем створах участка, причем $0 \leq \alpha \leq 1$.

Если приток на участке поступает по ряду небольших рек (распределенный приток), α определяют по формуле

$$\alpha = 0,5 [L_1/L + (1 - F_1/F)], \quad (2.40)$$

где L_1 и F_1 — длина и площадь водосбора верхнего подучастка, L и F — то же для всего участка.

Расчленение на два подучастка осуществляют на глаз непосредственно по карте речной сети (по характеру нарастания площади водосбора). При нарастании площади бассейна в основном в нижней половине участка (рис. 2.10 а) коэффициент α больше, чем при обратном нарастании площади (рис. 2.10 б).

Если же на долю одной впадающей реки приходится более половины всего притока (рис. 2.10 в), используют другую формулу:

$$\alpha = 0,5 - (0,5 - L_1/L) F_1/F, \quad (2.41)$$

где L_1 — расстояние от верхнего створа участка до устья впадающей реки, площадь водосбора которой F_1 .

При слиянии сравнимых рек (рис. 2.10 з) соотношение для расчета средневзвешенного расхода воды должно учитывать время добегания на отдельных подучастках и площади их бассейнов. В этом случае проще сразу записать выражение для расчета объема воды на таком участке:

$$W = (\tau_1 + \tau_3) Q_{в,1} + (\tau_2 + \tau_3) Q_{в,2} + \tau_4 (Q - Q_{в,1} - Q_{в,2}), \quad (2.42)$$

причем

$$\tau_4 = \frac{\tau_3}{2} + \frac{1}{2} [(\tau_1 + \tau_3) F_1/F + (\tau_2 + \tau_3) F_2/F], \quad (2.43)$$

где τ_1, τ_2, τ_3 — время добегания на подучастках; F_1 и F_2 — площади бассейнов двух верхних подучастков; F — площадь всего частного бассейна.

Если время добегания на верхних подучастках практически одинаковое ($\tau_1 + \tau_3 = \tau_2 + \tau_3 = \tau$), зависимость (2.43) упрощается:

$$\tau_4 = 0,5 [\tau_3 + \tau (F_1 + F_2)/F],$$

где τ — общее время добегания на участке.

Если, кроме того $\tau_3 = 0,5 \tau$, а $(F_1 + F_2)/F = 0,5$, получается простое выражение для расчета объема воды на участке:

$$W = \tau (Q_{в,1} + Q_{в,2} + Q)/2. \quad (2.44)$$

Построение кривой объемов по морфометрическим данным. Если по длине участка имеются данные о поперечных профилях русла и поймы, то объем воды можно вычислить, пользуясь формулой

$$W = \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i L_i, \quad (2.45)$$

где ω_i — средняя площадь поперечного сечения на участке между двумя поперечниками, L_i — расстояние между этими поперечниками, n — число поперечников.

Выполнив расчеты по выражению (2.45) при различных расходах воды, легко построить кривую объемов в зависимости от средневзвешенного расхода воды.

Можно использовать и другой подход. По картам или аэрофотоснимкам определяют при различных уровнях площадь водной поверхности Ω на участке, ограниченном створами двух гидрологических постов. Затем строят зависимость $\Omega = f(\tilde{H})$. Средний уровень \tilde{H} по аналогии с расходами воды можно определять по уровням верхнего (H_B) и нижнего (H) постов: $\tilde{H} = 0,5 (H_B + H)$. После этого можно вычислить объемы воды для различных \tilde{H}_{k_2} над некоторым начальным уровнем \tilde{H}_0 :

$$W(\tilde{H}_{k_2}) = \sum_{i=0}^{k_2} \frac{1}{2} [\Omega(\tilde{H}_{i+1}) + \Omega(\tilde{H}_i)] (\tilde{H}_{i+1} - \tilde{H}_i). \quad (2.46)$$

При расчете по этой формуле приращения среднего уровня ($H_{i+1} - H_i$) необходимо выбирать такими, чтобы на этих участках функция $\Omega = f(H)$ была линейной.

Получив значения W для различных значений H_{h_2} и используя зависимость $H = f(Q)$, можно построить кривую объемов.

Такой подход можно использовать в тех случаях, когда нет других необходимых данных для более точного получения кривых объемов.

Способы построения кривых объемов по морфометрическим данным используют нечасто, так как они очень трудоемки и редко имеется необходимая информация.

Уточнение кривой объемов. Иногда кривая объемов, построенная одним из рассмотренных выше способов, имеет вид петли. Это чаще всего связано с приближенностью определения средневзвешенного расхода воды на участке, относительно которого строят кривую объемов.

Чтобы уменьшить размер петли и разброс точек, параметр α в соотношении (2.39) уточняют подбором. Делают несколько построений кривой объемов при различных значениях α и выбирают ту кривую, у которой разброс точек наименьший. Такой подбор может быть осуществлен для нескольких диапазонов Q , т. е. может быть подобрано несколько значений α .

Построение кривой объемов по ветви спада паводка. Такое построение правомерно тогда, когда приток воды в русловую сеть отсутствует или сравнительно постоянный, и относится к небольшим рекам и верховьям рек, ограниченным одним створом на расстоянии 80—100 км от истока. В этом случае задача сводится к двум операциям: последовательному суммированию с конца паводка t_k (ходом назад) наблюдаемых средних суточных расходов воды в замыкающем створе (Q_t) за вычетом расходов грунтового притока ($Q_{гр} = \text{const}$):

$$W_t = \Delta t \sum_{i=t_k}^t (Q_i - Q_{гр}) \quad (t = t_k, t_k - 1, t_k - 2, \dots, t_k - t_{\text{макс}};$$

$t_{\text{макс}}$ — начало спада)

и построению связи $W = f(Q)$.

Такую процедуру осуществляют для нескольких паводков и находят среднюю кривую объемов.

Если нельзя отобрать паводки с пренебрежимо малым притоком в русловую сеть за период спада, то для исключения его влияния применяют следующие приемы:

а) на графике с совмещенными кривыми объемов за отдельные паводки проводят нижнюю огибающую кривую;

б) строят кривую объемов по нижней огибающей линии на графике связи $Q_{t+1} = f(Q_t)$. Для этого по ряду паводков в период спада (после точки перегиба) строят график связи средних суточных расходов воды за смежные сутки: по оси абсцисс — расход за данные сутки (Q_t), по оси ординат — расход за

следующие сутки (Q_{t+1}) (рис. 2.11 а). На графике проводят нижнюю огибающую кривую, причем отдельные, сильно отклоняющиеся точки могут быть оставлены ниже этой кривой. Огибающую кривую ориентируют в нижней части графика на точку с координатами $Q_t = Q_{t+1} = Q_{гр}$.

Полученную кривую перестраивают в кривую спада. Для этого в пределах кривой берут наибольшее значение расхода Q_0 и с нее снимают соответствующее ему на оси ординат значение

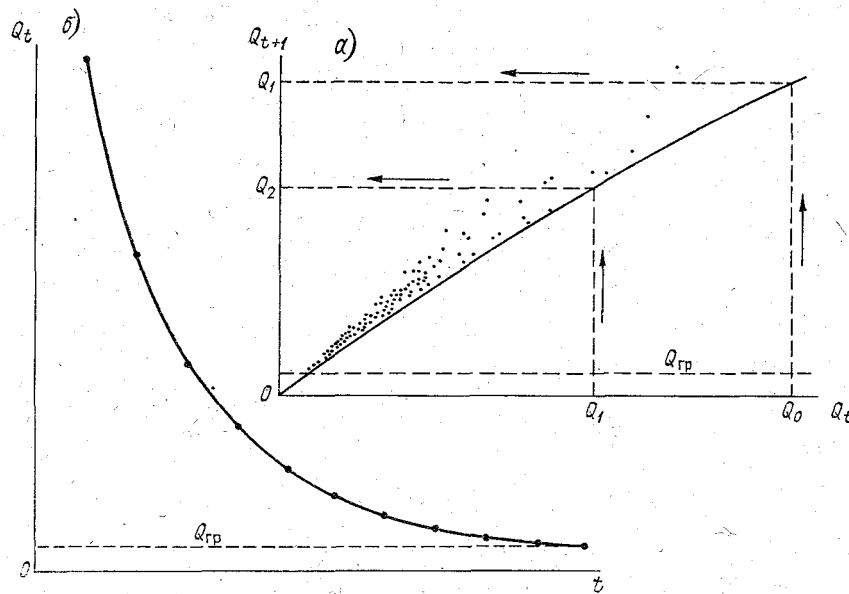


Рис. 2.11. Схема перестроения нижней огибающей кривой на графике связи $Q_{t+1} = f(Q_t)$ (а) в кривую спада паводка $Q(t)$ (б).

Q_1 , по которому затем с кривой снимают соответствующее ему на оси ординат значение Q_2 , и т. д. путем последовательного снятия с кривой определяют убывающие значения $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{t_{кк}} = Q_{гр}$. По ним строят кривую спада (рис. 2.11 б), где отсчет времени ведут от даты наступления расхода Q_0 с интервалом в одни сутки. Сумма суточных значений разности $Q_i - Q_{гр}$ (ходом назад) от момента $t_{кк}$ до момента t , умноженная на число секунд в сутках, есть объем воды W_t , соответствующий расходу Q_t . Средняя линия зависимости $W_t = f(Q_t)$ представляет собой искомую кривую объемов.

Ветвь спада гидрографа, полученная на основании нижней огибающей графика $Q_{t+1} = f(Q_t)$, зачастую оказывается слишком крутой. Вследствие этого вычисленный объем оказывается меньше объема, определенного путем суммирования расходов с конца паводка, и учитывает запасы воды в основном только в главном русле. При значительном притоке в русловую сеть в период

спада паводка (например, на малых и средних реках лесной зоны, на горных реках) применение описанного способа невозможно.

Пример 2.4. Построение кривой объемов воды для участка р. Оки от Калуги до Каширы по уравнению водного баланса.

На этом участке в р. Оку впадает р. Протва. Учетная замыкающим створом (с. Спас-Загорье) площадь бассейна р. Протвы

Таблица 2.7

Вычисление объема воды в р. Оке на участке Калуга—Кашира за паводье 1963 г. ($k=2,08$), м³/с

Дата	Калуга Q_B	Кашира Q_H	Протва—Спас-Загорье $Q_{ПР}$	$Q_6 = kQ_{ПР}$	$Q' = Q_B + Q_{ПР} + Q_6$	$\Delta W = Q' - Q_H$	$W = \sum \Delta W$	$\bar{Q} = \frac{Q_B + Q_H}{2}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
10/IV	151	171	5,51	11,5	168	-3	-3	161
11/IV	160	174	5,61	11,7	177	3	0	167
12/IV	177	181	8,26	17,2	202	21	21	179
13/IV	227	200	9,56	19,9	256	56	77	214
14/IV	300	237	12,2	25,4	338	101	178	268
15/IV	513	321	19,3	40,1	572	251	429	417
16/IV	1 000	563	38,3	79,7	1118	555	984	782
17/IV	2 090	1 080	68,5	142	2300	1220	2 204	1585
18/IV	2 710	1 800	125	260	3095	1295	3 499	2255
19/IV	3 150	2 930	186	387	3723	793	4 292	3040
20/IV	4 390	4 640	336	699	5425	785	5 077	4515
21/IV	6 040	5 610	504	1048	7592	1982	7 059	5825
22/IV	7 380	6 720	655	1362	9397	2677	9 736	7050
23/IV	7 430	8 020	700	1456	9586	1566	11 302	7725
24/IV	6 730	8 540	592	1231	8553	13	11 315	7635
25/IV	5 890	8 170	478	994	7362	-808	10 507	7030
26/IV	4 970	7 240	349	726	6045	-1195	9 312	6105
27/IV	3 970	6 230	252	524	4746	-1484	7 828	5100
28/IV	2 960	5 290	228	474	3662	-1628	6 200	4125
29/IV	2 040	4 390	196	408	2644	-1746	4 454	3215
30/IV	1 470	3 410	127	264	1861	-1549	2 905	2440
1/V	1 130	2 320	82,2	171	1383	-937	1 968	1725
2/V	885	1 650	66,3	138	1089	-561	1 407	1268
3/V	736	1 270	62,8	131	929	-341	1 066	1003
4/V	641	1 000	62,4	130	833	-167	899	820
5/V	585	852	57,9	120	763	-89	810	718
6/V	527	759	44,1	91,7	663	-96	714	643
7/V	476	681	36,1	75,1	587	-94	620	578
8/V	432	617	31,0	64,5	527	-90	530	524
9/V	384	559	26,8	55,7	466	-93	437	472
10/V	346	512	23,3	48,5	418	-94	343	429
11/V	318	465	20,6	42,8	381	-84	259	392
12/V	291	431	18,7	38,9	349	-82	177	361
13/V	267	401	16,8	34,9	319	-82	95	334
14/V	249	379	15,5	32,2	297	-82	13	314
Сумма	71 015	87 813	5459,7					

составляет 3540 км², а общая площадь, с которой формируется промежуточный приток, 13 800 км². Необходимые для построения кривой объемов расчеты приведены в табл. 2.7, в которой расходы воды по трем створам и их сумма за весь паводок указаны в графах 2—4. Коэффициент боковой приточности k для данного паводка определяем по выражению

$$k = \left(\sum_1^T Q_n - \sum_1^T Q_b - \sum_1^T Q_{пр} \right) / \sum_1^T Q_{пр} = 2,08.$$

С учетом этого коэффициента вычисляем боковой приток (Q_b , графа 5). Общий приток воды на участке русла указан в графе 6. В графе 7 приведено изменение суточных объемов воды, равное левой части соотношения (2.31). Сумма суточных изменений объемов воды дает объем воды на участке (графа 8). Вычисляем средние расходы воды на участке (графа 9) и графически связываем с объемами воды. По полю точек проводим кривую.

Аналогичным образом делаем построение для различных паводков (за многолетие с экстремальными значениями водности на участке). Все полученные кривые объемов наносим на один график и получаем серию кривых. Затем на оси Q выбираем расход воды, близкий к среднему (\bar{Q}), и с каждой кривой снимаем значение W_i , соответствующее этому значению расхода. По этим значениям определяем среднее значение \bar{W} , которое наносим на график. В эту точку производим вертикальное смещение кривых и получаем их пучок. Через пучок проводим среднюю линию, которую и принимаем за расчетную кривую объемов (рис. 2.12).

2.2.2. Расчет расходов воды по кривым объемов

Систему уравнений (2.1) и (2.2) при $Q_b = 0$ можно записать в разностной форме:

$$Q_{i+1} = Q_{b,i+1} + Q_{b,i} - Q_i - \frac{2}{\Delta t} (W_{i+1} - W_i), \quad (2.47)$$

$$W_i = f(\tilde{Q}_i), \quad (2.48)$$

где Δt — расчетный интервал времени; $i, i+1$ — индексы, указывающие на начало и конец расчетного интервала времени. Кривую объемов обычно задают в табличной форме.

В общем случае эту систему решают методом итерации (приближений): вначале значение искомого расхода воды $Q_{i+1,0}$ принимают равным расходу в предыдущий момент времени i ; используя это значение, по кривой объемов (2.48) находят начальное значение объема; вычисляют правую часть выражения (2.47), в результате чего получают новое приближение расхода $Q_{i+1,1}$; если разность $(Q_{i+1,1} - Q_{i+1,0})$ меньше заданной точности вычи-

слений (d), то значение $Q_{i+1,1}$ принимают в качестве окончательного; в противном случае значение $Q_{i+1,0}$ заменяют расходом $Q_{i+1,1}$ и процедуру расчета повторяют до достижения заданной

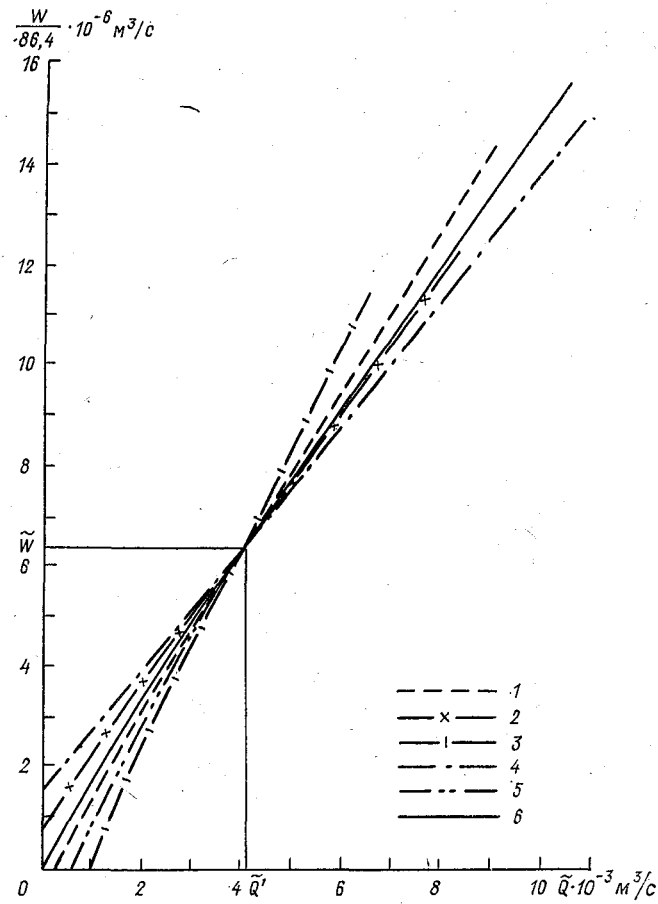


Рис. 2.12. Построение кривой объемов для участка русла по нескольким паводкам.
Кривая 6 — средняя.

точности. Опыт показал, что значение d следует принимать равным $0,001 Q_{в, макс}$. Для сходимости итераций расчетный интервал времени необходимо выбирать меньше минимального значения величины $2 \Delta W / \Delta Q$.

Описанная процедура довольно трудоемка для ручных расчетов и, как правило, реализуется с помощью вычислительных машин.

Для ручных расчетов можно воспользоваться графоаналитическим способом. В этом случае уравнение (2.47) записывают в виде

$$Q_{в, i} + Q_{в, i+1} + (2W_i/\Delta t - Q_i) = 2W_{i+1}/\Delta t + Q_{i+1}. \quad (2.49)$$

Для решения этого уравнения предварительно строят вспомогательную зависимость

$$2W/\Delta t + Q = f(Q). \quad (2.50)$$

При известной кривой объемов такую зависимость легко построить по данным о расходах воды, используя для вычислений

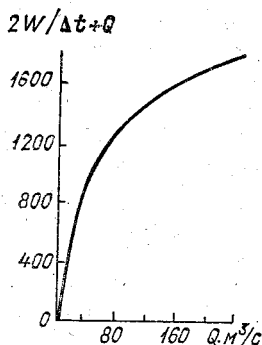


Рис. 2.13. Зависимость $2W/\Delta t + Q = f(Q)$.

левую часть уравнения (2.49), в которой все величины известны. Вид такой зависимости показан на рис. 2.13.

Расходы рассчитывают в следующем порядке (табл. 2.8). В графе 1 записывают порядковые номера расчетных интервалов. В этом примере принят полусуточный расчетный интервал и поэтому, если первая строка относится к 8 ч утра, то вторая — к 20 ч, третья — к 8 ч утра следующего дня и т. д. Значения притока в указанные сроки вносят в графу 2, а фактический расход

Таблица 2.8

Пример расчета графоаналитическим способом

Номер расчетного интервала	$Q_{в}$ м³/с	$2W_1/\Delta t - Q$ м³/с	$2W_2/\Delta t + Q$ м³/с	Q м³/с
1	2	3	4	5
1	50	920	1000	(40)
2	80	962	1050	44
3	160	1082	1202	60
4	220	1222	1462	120
5	180	1286	1622	168
6	100	1266	1566	150
7	70	1208	1436	114
8	60	1162	1338	88
9	50	1124	1272	74
10	42	1086	1216	64

воды в нижнем створе ($40 \text{ м}^3/\text{с}$) записывают в первую строку графы 5, по значению которого с зависимости на рис. 2.13 снимают значение $2W_2/\Delta t + Q = 1000 \text{ м}^3/\text{с}$ и записывают в первую строку графы 4.

Величину $2W_1/\Delta t - Q$ в графе 3 определяют как

$$2W_2/\Delta t + Q - 2Q = 1000 - 2 \times 40 = 920 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Суммируя расходы притока на начало и конец расчетного интервала с величиной, указанной в графе 3, вычисляют значение $2W_2/\Delta t + Q$ на конец первого интервала ($50 + 80 + 920 = 1050$), а по нему с кривой на рис. 2.13 снимают расход воды в нижнем створе, равный $44 \text{ м}^3/\text{с}$. Затем определяют $2W_1/\Delta t - Q$ для второй строки ($1050 - 2 \times 44 = 962$) и вышеуказанным путем вычисляют значение $2W/\Delta t + Q$ для конца второго интервала ($80 + 160 + 962 = 1202$) и соответствующий ему расход воды в нижнем створе ($60 \text{ м}^3/\text{с}$) и т. д.

2.3. Линейные модели трансформации для приточных участков

К приточным участкам можно отнести участки рек, на которых боковой приток (отток) составляет 10 % и больше стока входного створа. Чаще приходится иметь дело с притоком, однако при хорошо развитой пойме заметное влияние на сток могут оказывать потери на пойме (отток).

В практике прогноза используют два принципиально различных способа учета бокового притока: в форме сосредоточенного и распределенного притока. К сосредоточенному относится приток, поступающий на участок по сравнительно большим для данного бассейна рекам. При распределенном притоке большая его часть поступает по сравнительно небольшим рекам и со склонов. Провести четкую грань между этими двумя типами притока довольно трудно. Поэтому при выборе схемы учета бокового притока следует руководствоваться следующими практическими рекомендациями:

1. Построить прогностическую схему, основанную на сосредоточенном притоке, проще. Поэтому распределенный приток следует учитывать только в случае, если он составляет 50 % и больше суммарного бокового притока и не меньше 25 % стока входного створа.

2. Чем больше число учитываемых сосредоточенных притоков, тем сложнее определять параметры прогностической схемы. Поэтому для характеристики сосредоточенного притока следует выбирать реки, сток которых составляет больше 25 % суммарного притока на участке, но не меньше 15 % стока входного створа.

3. Практика показала, что нецелесообразно использовать больше двух сосредоточенных притоков. Если на участке имеется больше двух довольно крупных притоков, сток некоторых из них

необходимо объединить (просуммировать расход воды). Эти суммы можно прибавить к расходам воды входного створа (если створ, учитывающий сток на притоке, расположен вблизи входного створа участка) или непосредственно к трансформированным расходам, полученным в выходном створе (если створ, учитывающий сток на притоке, расположен вблизи выходного створа).

4. Если створы с данными о стоке расположены далеко от места впадения притока в главную реку, выделение сосредоточенного притока по соотношению объемов стока сделать трудно. В таких случаях для оценки вклада каждого из притоков можно пользоваться соотношением их площадей водосборов.

2.3.1. Методы, основанные на учете сосредоточенного бокового притока

Эти методы основаны на использовании частных кривых добегаия, т. е. кривых добегаия от каждого учитываемого в прогностической схеме входного створа, аналогичных рассмотренным в п. 2.1. Приведенное ранее соотношение (2.8) для бесприточного участка можно обобщить и привести к виду

$$Q_t = \sum_{i=1}^m k_i \sum_{d=1}^l \sum_{j=1}^{r_{id}} p_{idj} Q_{в, i, t-j+1}, \quad (2.51)$$

где m — число учитываемых на участке притоков плюс единица; p_{idj} — ординаты частной кривой добегаия для i -го входа; $Q_{в, i}$ — расход воды i -го входа; k_i — коэффициенты стоковой приводки, соответствующие каждому i -му входному створу и позволяющие увязать баланс стока на рассматриваемом участке реки.

При разработке методики прогноза сначала необходимо выбрать входные створы на притоках, сток которых будет использован в качестве характеристики сосредоточенного бокового притока. При этом следует руководствоваться рекомендациями, приведенными в начале этого раздела. Необходимо также учитывать, что чем ближе выбранный створ на притоке к замыкающему створу участка, тем большее влияние он оказывает на уменьшение заблаговременности прогноза. Иногда приходится рассматривать несколько вариантов учета входных створов и окончательный выбор делать после сравнительных расчетов по каждому варианту.

После выбора входных створов нужно определить коэффициенты стоковой приводки для каждого из них. Обычно эти коэффициенты определяют путем сопоставления объемов входных и выходного створов. Для ряда паводков (волн половодья) определяют объемы стока во входных и выходном створах. С помощью карты бассейна промежуточную площадь водосбора, не освещенную данными наблюдений за стоком, распределяют между всеми входами. Полагая, что модули стока с освещенных

и не освещенных данными наблюдений площадей равны, можно определить коэффициенты по площадям для каждого входа:

$$k_{f,i} = 1 + f_{н,i}/f_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2.52)$$

где $f_{н,i}$ — не освещенная данными наблюдений площадь, отнесенная к i -му входу; f_i — площадь до i -го входного створа, по которому используются расходы воды. Очевидно, что $\sum_{i=1}^m (f_{н,i} + f_i)$ должна быть равна площади водосбора до выходного створа.

Для каждого выбранного паводка находят коэффициент невязки баланса с учетом полученных коэффициентов по площадям:

$$k_{н,j} = W_j / \sum_{i=1}^m k_{f,i} W_{i,j} \quad (j = 1, 2, \dots, N), \quad (2.53)$$

где W_j — объем стока (сумма расходов воды) в замыкающем створе для j -го паводка; $W_{i,j}$ — объем стока i -го входа для j -го паводка; N — число паводков.

Если коэффициенты $k_{н,j}$ сильно меняются от паводка к паводку, нужно попробовать поменять коэффициенты $k_{f,i}$ и определить новые значения $k_{н,j}$. Нужно выбрать те значения $k_{f,i}$, которые дают наименьший разброс $k_{н,j}$. После этого определяют коэффициенты стоковой приводки:

$$k_i = k_{f,i} \bar{k}_{н}, \quad (2.54)$$

где $\bar{k}_{н}$ — среднее арифметическое значение коэффициента невязки баланса за все паводки.

При выборе коэффициента невязки следует также учитывать неравенство

$$Q_{\max,j} \leq \sum_{i=1}^m (k_i Q_{\max,i,j}), \quad (2.55)$$

где $Q_{\max,j}$, $Q_{\max,i,j}$ — максимальные расходы в замыкающем створе и входных створах соответственно для j -го паводка.

Если неравенство (2.55) не выполняется, необходимо повторить процедуру определения коэффициентов стоковой приводки, увеличив вес входов с большими максимальными расходами воды.

Если возникают затруднения при определении площадей $f_{н,i}$ по карте, можно пользоваться следующим приближенным выражением для их определения:

$$f_{н,i} = f_{н,б} (f_б/f_i) / \sum_{i=1}^m (f_б/f_i), \quad (2.56)$$

где $f_{н,б}$ — не освещенная данными наблюдений промежуточная площадь, $f_б$ — общая промежуточная площадь на участке. В этом случае не освещенная данными наблюдений площадь распределяется обратно пропорционально площадям, ограниченными входными створами.

Кривые добегания p_i для каждого входного створа выражают аналогично кривым для бесприточного участка. Однако в этом случае общее число ординат кривых добегания для всех входных створов может быть большим. Поэтому целесообразно использовать только аналитические представления кривых добегания. Чаще всего для этого используют соотношение (2.13), которое будет включать в себя по два параметра для каждого входного створа (если принимают одну кривую добегания для всего диапазона изменения расходов, т. е. $l=1$). Следовательно, общее число параметров кривых добегания будет равно $2m$ и при большом числе входов найти их единственные значения достаточно сложно. Поэтому, как отмечалось выше, не рекомендуется использовать больше трех частных кривых добегания.

Параметры кривых добегания определяют так же, как и для бесприточных участков. Однако следует иметь в виду, что зависимости (2.16)—(2.20) при оценке параметров n_i и τ_i , могут давать заметно меньшую точность. Поэтому, как правило, их приходится уточнять путем сопоставления фактических и рассчитанных расходов воды в замыкающем створе. Объем вычислений при этом значительно больше, чем для бесприточных участков. Поэтому следует пользоваться алгоритмами оптимизации, реализованными на ЭВМ (прил. 2.1).

Процедуру подбора параметров удается упростить, если гидрографы на притоках сдвинуты во времени по отношению друг к другу таким образом, что в замыкающем створе наблюдаются две (или больше) волны, сформированные расходами различных входов. В этом случае сначала уточняют параметры кривых добегания для входного створа, сформировавшего первую волну при постоянных начальных значениях параметров для остальных входных створов. При этом сравнивают фактические и рассчитанные расходы воды только для первой волны. После этого аналогичные расчеты выполняют для другого входа с учетом расходов воды второй волны.

Пример 2.5. Выбор сосредоточенных притоков и определение коэффициентов стоковой приводки для р. Усы на участке с. Петрунь — с. Адзьева.

Промежуточная площадь составляет 27 200 км², причем больше половины ее (54 %) приходится на приток р. Косью. Другой приток р. Кочмес составляет всего 6 % промежуточной площади. Таким образом, целесообразно рассматривать сосредоточенный приток (р. Косью). Сток р. Косью будем учитывать как сумму расходов в створах д. Косью (р. Косью) и д. Кожим (р. Кожим, приток р. Косью). Для соблюдения баланса воды на участке определим коэффициенты стоковой приводки. Неосвещенную промежуточную площадь распределим пропорционально площади входов (2.56). Расчеты по соотношениям (2.56) и (2.52) сведены в табл. 2.9.

После определения коэффициентов $k_{j,i}$ рассчитываем коэффициенты стоковой приводки (табл. 2.10), используя соотношения

Таблица 2.9

Расчет коэффициентов $k_{f, i}$, учитывающих долю не освещенной данными наблюдений площади

Река — створ	f_i км ²	$\frac{f_6}{f_i}$	$\frac{f_6/f_i}{\sum_{i=1}^m (f_6/f_i)}$	$f_{H, i}$ км ²	$\frac{f_{H, i}}{f_i}$	$\frac{f_{H, i}}{f_i} + \frac{f_{H, i}}{f_i} + \dots$
1	2	3	4	5	6	7
Уса — с. Адзьва (выходной)	54 700	—	—	—	—	—
Уса — с. Петрунь (выходной)	27 500	0,99	0,25	4 545	0,2	1,2
Косью — д. Косью + + Кожим — д. Кожим	9 020	3,02	0,75	13 635	1,5	2,5
Промежуточная площадь (f_6)	27 200					
Сумма		4,01				

(2.53) и (2.54). Предварительно подсчитываем объемы (сумма расходов) за половодье и выбираем максимальные расходы воды по входным и выходному створам (графы 2—4). Затем в графах 5—8 подсчитываем коэффициенты стоковой приводки за каждый год и средние значения для входного створа (1,02) и для притока (2,13). По этим коэффициентам находим объемы в выходном створе и их отношения к фактическим (графы 9—10). Ошибка расчета объемов с использованием этих коэффициентов стоковой приводки не превышает 6 % фактического объема. Рассчитанные нетрансформированные максимальные расходы воды (графа 11) во всех случаях превышают максимальные расходы замыкающего створа (графа 12), т. е. неравенство (2.55) выполняется.

2.3.2. Учет распределенного бокового притока

Выражение для расчета трансформации с учетом распределенного притока можно получить аналогично тому, как это делалось для бесприточного участка. Если в правую часть уравнения (2.5) добавить распределенный приток, поступающий на каждый расчетный участок, и принять допущения, которые были сделаны в методике Калинина—Милюкова, из уравнений (2.3)—(2.4) получим

$$Q(t) = \int_0^t p(\xi) Q_B(t - \xi) d\xi + \sum_{j=1}^n \int_0^t p_j(\xi) Q_{6, j}(t - \xi) d\xi, \quad (2.57)$$

Расчет коэффициентов стоковой приводки

Год	Сумма расходов за половецье $W = \sum Q \cdot 10^{-3}$				5 $\sum_{i=1}^n \Delta Q_{\text{ф}}^i$	6 $\frac{(\sum_{i=1}^n \Delta Q_{\text{ф}}^i) / \Delta Q_{\text{ф}}}{\Delta Q_{\text{ф}}}$	7 $k_i = k_{\text{п}} \cdot k_{\text{ф}} \cdot i$		9 $\sum_{i=1}^n \Delta Q_{\text{ф}}^i$	10 $\Delta Q_{\text{ф}}^d = \Delta Q_{\text{ф}}^d$	11 $Q_{\text{макс, р}} = \sum_{i=1}^n Q_{\text{макс, ф}}^i$	12 $\Delta Q_{\text{макс}} = Q_{\text{макс, р}} - Q_{\text{макс}}$
	Максимальный расход $Q_{\text{макс}}$											
	2	3	4									
	с. Адзья	с. Петрунь	Косью + Кожим				с. Петрунь	Косью - Кожим				
1968	196 7 150	104 4820	37,2 1910	218	0,89	1,07	2,23	185	-11	9 160	2010	
1970	180 8 630	102 4620	38,8 3060	219	0,82	0,98	2,05	187	7	11 200	2570	
1971	260 10 000	152 8280	48,2 2120	303	0,86	1,03	2,15	258	-2	13 000	3000	
1973	282 10 400	175 7920	55,7 3010	349	0,81	0,97	2,03	298	16	14 500	4100	
1975	327 11 300	188 8850	58,8 2600	373	0,88	1,06	2,20	317	-10	14 600	3300	
Сумма						5,11	10,66		0			
Среднее						1,02	2,13					

где $Q_{б, j}$ — боковой приток на j -й расчетный участок; $p_j(\xi)$ — кривая добегания бокового притока с j -го расчетного участка, выраженная, аналогично (2.13), через два параметра (j и τ):

$$p_{j, i} = \frac{\Delta t}{\tau(j-1)!} \left(\frac{i}{\tau}\right)^{j-1} \exp(-i/\tau), \quad (2.58)$$

где j — номер расчетного участка, начиная от замыкающего створа к входному. При $j=n$ кривая добегания бокового притока совпадает с кривой добегания для входного створа. Таким образом, выражение (2.57) не содержит новых параметров и, как в случае бесприточного участка, содержит те же два параметра (n и τ).

Наиболее сложно в данном случае задать распределение притока по длине участка. По фактическим данным задать непосредственно $Q_{б, j}$ не представляется возможным даже при густой сети измерений стока, так как разделение участка на n отрезков является условным и нельзя указать границы этих отрезков. Поэтому приходится определять общий боковой приток $Q_{б}$ на участке и распределять его по длине каким-либо образом.

В зависимости от характера распределения русловой сети можно выделить четыре типа распределения бокового притока по длине участка: 1) равномерное по длине; 2) линейно возрастающее к замыкающему створу; 3) линейно убывающее к замыкающему створу; 4) описываемое симметричной параболой. В этих случаях соотношение (2.57) можно упростить:

$$Q(t) = \int_0^t p(\xi) Q_{б}(t-\xi) d\xi + \int_0^t p''_б(\xi) Q_{б}(t-\xi) d\xi, \quad (2.59)$$

где $Q_{б}(t)$ — общий боковой приток на участке; $p''_б$ — кривая добегания общего бокового притока по основному руслу, ординаты которой в зависимости от типа распределения притока вычисляются по следующим соотношениям:

— для первых трех типов (для 1-го типа распределения $\alpha=1$, $\beta=0$; для 2-го типа $\alpha=1$, $\beta=-1$; для 3-го типа $\alpha=0$, $\beta=1$)

$$p''_{б, i} = \frac{1}{(2\alpha + \beta) n^2} \sum_{j=1}^n \frac{2(\alpha n + \beta j) - \beta}{\tau(j-1)!} \left(\frac{i}{\tau}\right)^{j-1} \exp(-i/\tau) \quad (i = 1, 2, \dots, r_{\delta}), \quad (2.60)$$

— для симметричного распределения (4-го типа)

$$p''_{б, i} = \sum_{j=1}^n \frac{6j(n+1-j) - (3n+2)}{n^3 \tau(j-1)!} \left(\frac{i}{\tau}\right)^{j-1} \exp(-i/\tau). \quad (2.61)$$

При выборе типа распределения для конкретного участка реки необходимо ориентироваться на распределение площадей водосборов впадающих рек. Естественно, что соответствие какому-либо из четырех типов распределения может быть лишь приближенным.

Следует отметить, что для небольших участков рек ($n\tau \leq \leq 2$ сут) и небольшом боковом притоке влияние типа распределения на результаты расчета незначительно. Для больших участков рек преобладают симметричное и равномерное распределения.

Существующие способы определения общего бокового притока могут давать разные величины: от притока непосредственно в основную реку до притока со склонов. При этом трудно с уверенностью сказать, какой вид притока в каждом конкретном случае мы получим. Поэтому рассчитанный каким-либо способом боковой приток необходимо трансформировать в приток к основному руслу с помощью достаточно гибкой модели. Такой моделью может служить интеграл Дюамеля с кривой добегания типа (2.13):

$$Q_6(t) = \int_0^t p'_6(t - \xi) q_6(\xi) d\xi, \quad (2.62)$$

где $p'_6(t)$ — кривая добегания рассчитанного бокового притока до основного русла с параметрами n'_6 и τ'_6 ; $q_6(\xi)$ — рассчитанный общий боковой приток.

Таким образом, расчеты в этом случае необходимо вести в следующей последовательности:

- 1) рассчитать не трансформированный общий боковой приток (q_6);
- 2) определить тип распределения бокового притока по длине участка;
- 3) определить параметры кривых добегания для входного створа (n, τ) и рассчитанного бокового притока (n'_6, τ'_6);
- 4) рассчитать ординаты кривых добегания $p(t)$, $p'_6(t)$ и $p''_6(t)$, используя соотношения (2.13), (2.60) либо (2.61);
- 5) рассчитать гидрограф притока к основному руслу по соотношению (2.62);
- 6) преобразовать полученный гидрограф притока к основному руслу в гидрограф бокового притока к замыкающему створу с помощью кривой добегания $p''_6(t)$;
- 7) осуществить трансформацию гидрографа входного створа;
- 8) найти общий гидрограф стока в замыкающем створе как сумму трансформированных гидрографов бокового притока и входного створа.

Рассмотренная схема связана с большим объемом вычислений, поэтому для ее реализации целесообразно привлекать ЭВМ.

Для исключения двойного расчета трансформации общего бокового притока можно соотношение (2.62) подставить в уравнение (2.59):

$$Q(t) = \int_0^t p(\xi) Q_b(t - \xi) d\xi + \int_0^t p_6(\xi) q_6(t - \xi) d\xi, \quad (2.63)$$

где $p_6(t)$ — общая кривая добегания бокового притока к замыкающему створу, равная

$$p_6(t) = \int_0^t p_6'(\xi) p_6''(t - \xi) d\xi. \quad (2.64)$$

В этом случае ординаты кривых добегания для каждого из рассмотренных четырех типов распределения бокового притока можно приближенно оценить по табл. 2.11—2.14, полученным

Таблица 2.11

Ординаты кривых добегания бокового притока при равномерном распределении притока по длине участка

Порядковый номер ординаты, сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,52	0,30	0,20	0,15	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06
1	0,37	0,37	0,29	0,23	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
2	0,09	0,21	0,25	0,21	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
3	0,02	0,08	0,15	0,18	0,17	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
4	0,00	0,03	0,07	0,12	0,14	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09
5		0,01	0,03	0,07	0,11	0,12	0,12	0,11	0,10	0,09
6		0,00	0,01	0,03	0,06	0,09	0,10	0,11	0,10	0,09
7			0,00	0,01	0,03	0,06	0,08	0,09	0,09	0,09
8				0,00	0,01	0,03	0,05	0,07	0,08	0,09
9					0,00	0,01	0,03	0,05	0,06	0,07
10						0,00	0,01	0,03	0,04	0,05
11							0,00	0,02	0,03	0,04
12								0,00	0,02	0,03
13									0,01	0,02
14									0,00	0,01
15										0,00

в предположении, что параметры кривых добегания бокового притока $n_6=1$, а $\tau_6=1$ сут. Это значительно сокращает объем вычислений. Выбрав тип распределения бокового притока и зная общее время добегания на рассматриваемом участке, из соответствующей таблицы выбирают ординаты кривой добегания бокового притока. Определяют параметры и соответствующие им ординаты кривой добегания для входного створа. По соотношению (2.63) рассчитывают расходы воды в замыкающем створе.

Пример 2.6. Определение ординат кривой добегания бокового притока для р. Онеги на участке д. Надпорожский Погост — д. Змиево.

Длина участка 182 км, площадь частного бассейна 28 100 км² (в 2,2 раза больше, чем во входном створе). Значительных притоков на участке нет, так что боковой приток можно считать распределенным довольно равномерно по длине участка. Среднее

Таблица 2.12

Ординаты кривых добегания бокового притока
при линейном увеличении притока по длине участка

Порядковый номер орди- наты, сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,52	0,41	0,31	0,25	0,22	0,18	0,17	0,14	0,12	0,11
1	0,37	0,38	0,34	0,29	0,26	0,24	0,21	0,19	0,17	0,15
2	0,09	0,16	0,19	0,22	0,20	0,19	0,18	0,16	0,15	0,14
3	0,02	0,04	0,09	0,12	0,14	0,15	0,14	0,13	0,13	0,13
4	0,00	0,01	0,04	0,06	0,09	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11
5		0,00	0,02	0,03	0,05	0,07	0,08	0,09	0,10	0,08
6			0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,07	0,07
7			0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,05	0,06
8				0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
9						0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
10							0,00	0,01	0,02	0,03
11								0,00	0,01	0,02
12									0,00	0,01
13										0,00

время добегания на участке 3 сут. В соответствии с типом распределения бокового притока и временем добегания на участке из табл. 2.11 выбираем ординаты кривой добегания бокового притока (табл. 2.15).

Таблица 2.13

Ординаты кривых добегания бокового притока
при линейном уменьшении притока по длине участка

Порядковый номер орди- наты, сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,52	0,19	0,09	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
1	0,37	0,38	0,23	0,13	0,09	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02
2	0,09	0,28	0,29	0,22	0,14	0,11	0,07	0,05	0,04	0,04
3	0,02	0,11	0,22	0,24	0,20	0,15	0,11	0,08	0,07	0,06
4	0,00	0,03	0,10	0,18	0,19	0,18	0,15	0,11	0,09	0,08
5		0,01	0,05	0,10	0,16	0,16	0,16	0,14	0,11	0,10
6		0,00	0,02	0,05	0,11	0,14	0,15	0,15	0,13	0,11
7			0,00	0,02	0,05	0,10	0,13	0,14	0,14	0,11
8				0,01	0,02	0,05	0,09	0,12	0,13	0,11
9					0,01	0,03	0,05	0,08	0,10	0,11
10					0,00	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09
11						0,00	0,01	0,03	0,05	0,07
12							0,00	0,01	0,03	0,05
13								0,00	0,01	0,03
14									0,00	0,01
15										0,00

Таблица 2.14

Ординаты кривых добегания бокового притока при изменении притока на участке по симметричной параболе

Порядковый номер ординаты, сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,52	0,30	0,17	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02
1	0,37	0,37	0,31	0,22	0,17	0,13	0,09	0,07	0,05	0,04
2	0,09	0,21	0,26	0,27	0,22	0,18	0,16	0,11	0,09	0,08
3	0,02	0,08	0,16	0,19	0,21	0,19	0,18	0,15	0,11	0,11
4	0,00	0,03	0,06	0,12	0,15	0,17	0,16	0,16	0,14	0,12
5		0,01	0,03	0,06	0,10	0,13	0,13	0,14	0,13	0,13
6		0,00	0,01	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12	0,12	0,12
7			0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,09	0,10	0,11
8				0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,09
9					0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,07
10						0,00	0,01	0,02	0,04	0,05
11							0,00	0,01	0,02	0,03
12								0,00	0,01	0,02
13									0,00	0,01
14										0,00

Таблица 2.15

Ординаты кривой добегания общего бокового притока

i	1	2	3	4	5	6	7
$\rho_{\Sigma, i}$	0,20	0,29	0,25	0,15	0,07	0,03	0,01

2.3.3. Расчет бокового притока на участке реки

Наиболее распространены способы расчета притока, основанные на использовании гидрометрических данных. В отдельных случаях, при редкой гидрометрической сети, могут быть использованы прямые методы расчета бокового притока по данным об осадках либо об интенсивности снеготаяния. Последний подход более трудоемок и требует хорошей освещенности частного водосбора данными измерений об осадках. В связи с этим его целесообразно использовать только при сильном влиянии бокового притока и невозможности использования других подходов.

Определение притока воды по стоку малых рек. Суммарный боковой приток к участку русла можно рассматривать как общий расход воды всех малых рек, впадающих между верхним и нижним створами:

$$Q_{\Sigma} = \frac{F}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i + \Delta W_i / \Delta t) / f_i, \quad (2.65)$$

где F — общая промежуточная площадь, f_i — площадь малых рек, Q_i — расход воды i -й малой реки, ΔW_i — изменение объема воды

в i -й малой реке, n — число малых рек, Δt — расчетный интервал времени.

Использование этой формулы предполагает выбор ряда малых бассейнов, которые бы учитывали приток воды во всех зонах формирования стока и отражали средние условия стока в пределах водосбора, примыкающего к участку русла.

Для малых рек, характеризующихся однородными условиями формирования стока, с примерно одинаковым временем добега- ния воды, изменениями объемов воды в руслах этих рек можно пренебречь. Тогда формула (2.65) примет вид

$$Q_6 = \frac{F}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i/f_i). \quad (2.66)$$

Если площадь малых бассейнов примерно одинакова, сум- марный боковой приток воды к участку русла можно рассчитать по формуле

$$Q_6 = [F/(f_1 + f_2 + \dots + f_n)] \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (2.67)$$

Иногда вместо выражения (2.66) используется следующая за- висимость:

$$Q_6 = (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n) + \bar{M}[F - (f_1 + f_2 + \dots + f_n)], \quad (2.68)$$

где $\bar{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i/f_i$ — средний арифметический модуль стока, ко- торый относится только к не освещенной измерениями промежу- точной площади водосбора. Это правомерно, если измерениями стока малых рек освещено более половины водосборной площади участка реки.

Если отнести модуль расхода реки-аналога к тяготеющей пло- щади, то боковой приток можно подсчитать по выражению

$$Q_6 = \frac{Q_1}{f_1} F_1 + \frac{Q_2}{f_2} F_2 + \dots + \frac{Q_n}{f_n} F_n = k_1 Q_1 + k_2 Q_2 + \dots + k_n Q_n, \\ F_1 + F_2 + \dots + F_n = F, \quad (2.69)$$

где F_1, F_2, F_3 и т. д. — площади, тяготеющие к гидроствору со- ответственно 1, 2-й и т. д. малой реки. Эту формулу целесооб- разно использовать для подсчета бокового притока тогда, когда можно выделить стокооднородные площади, а также при расчетах по большим интервалам времени (декада, месяц). В этих случаях затушевываются особенности формирования стока, вызванные различием физико-географических условий, и главную роль играет неравномерность распределения стока по территории, связанная с неравномерностью выпадения осадков.

Заметного повышения точности подсчета бокового притока, при наличии достаточного количества рек-аналогов, можно достичь, предварительно определив общую площадь водосбора всех водо-

токов, впадающих на участке русла, отдельно по диапазонам 0—500, 500—2000, 2000—5000 и 5000—10 000 км² (реки с $F > 10\,000$ км² учитываются отдельно). Подобрать для каждого диапазона водотоков, по меньшей мере, две-три реки-аналога соответствующих размеров, вычисляют

$$Q_6 = \bar{M}_{0-500} \sum_{i=0}^{i=500} F_i + \bar{M}_{500-2000} \sum_{i=500}^{i=2000} F_i + \bar{M}_{2000-5000} \sum_{i=2000}^{i=5000} F_i + \bar{M}_{5000-10\,000} \sum_{i=5000}^{i=10\,000} F_i, \quad (2.70)$$

где \bar{M}_{0-500} , $\bar{M}_{500-2000}$ и т. д. — средние арифметические модули расхода воды рек-аналогов соответственно с площадью водосбора $0 < f_i < 500$ км², $500 < f_i < 2000$ км² и т. д.

Применение выражения (2.70) целесообразно, если хотя бы для отдельных лет или периодов прослеживается приближенная зависимость модуля расхода M_i от площади водосбора f_i . В наличии такой зависимости можно убедиться путем построения за каждый день паводочного периода графика связи $M_i = f(f_i)$. Обычно в период спада паводка связь прямая, а в период подъема — обратная. В период от даты максимума паводка на малых реках до максимума бокового притока на участке, определенного, например, по уравнению водного баланса, эта связь наименее тесная.

Рассмотренные выражения (2.65) — (2.70) для расчета бокового притока являются приближенными и могут давать невязку баланса на участке за весь период прохождения паводка. Поэтому для увязки баланса предварительно рассчитывают боковой приток за ряд паводков, находят суммарное значение за каждый паводок ($W_{6,i}$) и по фактическому приращению объема воды на участке $W_{6,ф,i}$ за эти же паводки определяют коэффициенты невязки баланса

$$k_i = W_{6,ф,i} / W_{6,i}. \quad (2.71)$$

Полученные значения коэффициентов стоковой приводки осредняют за все паводки, и боковой приток, полученный по приведенным выше соотношениям, умножают на среднее значение коэффициента.

В практике часто приходится комбинировать несколько приемов подсчета бокового притока. Если на участке русла впадает одна сравнительно небольшая река и несколько малых, то расход в устье большой реки устанавливают по расходу в вышерасположенном створе на этой реке, умноженному на постоянный коэффициент $k_1 = F_y / F_c$ (F_y и F_c — площадь водосбора соответственно до устья и до створа). Боковой приток с остальной промежуточной площади вычисляют, например, по формуле (2.66). Такой подсчет бокового притока дает хорошие результаты для больших интервалов времени.

Для суточного интервала расходы воды на большой реке необходимо предварительно пересчитать в расходы в устье, используя для этого кривые добегания либо простую сдвигку на время добегания. Боковой приток рассчитывают как и в первом случае. Таким же образом можно поступать, если на участке русла впадает несколько больших притоков.

Точность расчета притока воды по приведенным соотношениям во многом зависит от подбора рек-аналогов. Однозначно решить вопрос о необходимом числе рек-аналогов и их репрезентативности довольно трудно. Можно рекомендовать лишь ряд общих соображений.

Большой бассейн следует разбить на несколько более или менее однородных частей (полугорную и равнинную, залесенную и полевою и т. д.) и для каждой части в отдельности рассчитывать приток. С большой осторожностью следует отбирать очень малые водотоки ($f_i \leq 10 \dots 20 \text{ км}^2$). При площади водосбора реки-аналога 5—7 тыс. км² она практически всегда репрезентативна. Признаком репрезентативности в первом приближении является примерное равенство средних многолетних слоев стока за половодье реки-аналога (\bar{y}_i) и большой реки в замыкающем створе (\bar{y}).

Более детальный анализ репрезентативности можно осуществить по средним суточным модулям стока рек-аналогов. На каждые сутки (для длительных паводков интервал можно увеличить) определяют средний по всем рекам-аналогам модуль и среднее квадратическое отклонение от него частных модулей:

$$\bar{M}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{i,j}, \quad \sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (M_{i,j} - \bar{M}_j)^2}$$

($j = 1, 2, \dots, N$), (2.72)

где n — число анализируемых малых рек; \bar{M}_j — средний модуль на j -е сутки; N — число суток, используемых при анализе. Если по какой-нибудь реке имеется большое число отклонений ($M_{i,j} - \bar{M}_j \geq 3\sigma_j$), то эта река нерепрезентативна.

При большом числе малых рек целесообразно построить матрицу парных коэффициентов корреляции средних суточных расходов воды для всех рек $r_{i,j}$. Для каждой из n рек получается $n-1$ коэффициентов $r_{i,j}$. По этим значениям для каждой реки определяют среднее значение \bar{r}_i и σ_i^2 . В качестве рек-аналогов выбирают реки с наибольшими значениями \bar{r}_i и самыми малыми σ_i^2 .

Обычно при краткосрочных прогнозах стока весеннего половодья большой реки ($F = 20 \dots 50$ тыс. км²) со сравнительно однородными условиями достаточно иметь 5—7 рек-аналогов. Для дождевого стока их, как правило, требуется в 2—3 раза больше. При достаточном числе рек-аналогов их лучше отбирать так, чтобы по возможности обеспечивалось равномерное их размещение на водосборе.

Определение притока воды по уравнению водного баланса. В этом случае используют уравнение водного баланса участка реки (2.1) и кривую объемов:

$$q_6(t) = 0,5 [Q(t) + Q(t - \Delta t)] - 0,5 [Q_b(t) + Q_b(t - \Delta t)] + [W(t) - W(t - \Delta t)] / \Delta t,$$

$$W(t) = f[\tilde{Q}(t)], \quad (2.73)$$

где $Q(t)$ и $Q_b(t)$ — расход воды в замыкающем и входном створах соответственно в момент времени t ; $\tilde{Q}(t)$ — взвешенный расход в соответствии с тем, как его задавали при построении кривой объемов; Δt — интервал времени, выраженный в секундах. Кривая объемов может быть задана аналитически либо таблично. Способы ее построения изложены в п. 2.2.

Следует отметить, что точность расчета бокового притока по уравнению водного баланса увеличивается с увеличением Δt . Опыт показал, что приемлемая для практических целей точность достигается, когда Δt больше или равно времени добегания на участке, а расход бокового притока соизмерим с расходом в верхнем створе или превышает его.

Пример 2.7. Определение бокового притока воды на участке р. Оки от г. Калуги до г. Каширы по уравнению водного баланса.

Общая площадь, на которой формируется боковой приток, составляет 13 800 км². Воспользуемся кривой объемов, полученной в примере 2.4 (рис. 2.12) для этого участка.

Для расчетов уравнение водного баланса удобно записать в виде

$$Q_{6,t} = 0,5 (Q_t + Q_{t-1}) - 0,5 (Q_{b,t} + Q_{b,t-1}) + (W_t - W_{t-1}). \quad (2.74)$$

В этом соотношении объем воды используется в виде суммы расходов, как он был получен в примере 2.4, т. е. уменьшен в 86 400 раз.

Порядок вычислений по этому уравнению показан в табл. 2.16. По расходам воды в верхнем и нижнем створах (графы 2 и 3) определяем средний на участке расход воды (графа 4). С кривой объемов (рис. 2.12) снимаем значения объемов воды на участке (графа 5), соответствующие средним расходам. В графах 6—9 вычисляем составляющие уравнения водного баланса (2.74). Сумма этих составляющих дает боковой приток (графа 10).

Пример 2.8. Расчет суммарного бокового притока на участках р. Томи от г. Новокузнецка до г. Кемерово и от г. Кемерово до г. Томска по данным о расходах воды.

В качестве рек-аналогов используем шесть малых рек бассейна, впадающих на участке г. Новокузнецк—г. Томск. Верхний участок (г. Новокузнецк—г. Кемерово) протяженностью $L_1 = 307$ км и площадью водосбора $F_1 = 17\,600$ км², нижний (г. Кемерово—г. Томск) длиной $L_2 = 199$ км и площадью водосбора $F_2 = 9600$ км².

Таблица 2.16

Расчет бокового притока (Q_6) по уравнению водного баланса, м³/с

Дата	$Q_B(t)$ Калуга	$Q_H(t)$ Кашира	$\bar{Q}(t) = \frac{Q_B(t)}{2} + \frac{Q_H(t)}{2}$	$W(t)$	$\bar{Q}_B(t) = \frac{Q_B(t)}{2} + \frac{Q_B(t-1)}{2}$	$\bar{Q}_H(t) = \frac{Q_H(t)}{2} + \frac{Q_H(t-1)}{2}$	$\Delta\bar{Q} = \bar{Q}_H(t) - \bar{Q}_B(t)$	$\Delta W(t) = W(t) - W(t-1)$	$Q_6 = \Delta\bar{Q}(t) + \Delta W(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10/IV	151	171	161	200					
11/IV	160	174	167	210	156	172	16	10	26
12/IV	177	181	179	250	168	178	10	40	50
13/IV	227	200	214	280	202	190	12	30	18
14/IV	300	237	268	360	264	218	46	80	34
15/IV	513	321	417	620	406	279	127	260	133
16/IV	1000	563	782	1280	756	442	314	660	346
17/IV	2090	1080	1585	2660	1545	822	723	1380	657
18/IV	2710	1800	2255	3750	2400	1440	960	1090	130
19/IV	3150	2930	3040	4930	2930	2365	565	1180	615
20/IV	4390	4640	4515	7190	3770	3785	15	2260	2275
21/IV	6040	5610	5825	9000	5215	5125	90	1810	1720
22/IV	7380	6720	7050	10700	6710	6165	545	1700	1155
23/IV	7430	8020	7725	11620	7405	7370	35	920	885
24/IV	6730	8540	7635	11500	7080	8280	1200	120	1080
25/IV	5890	8170	7030	10660	6310	8355	2045	840	1205
26/IV	4970	7240	6105	9400	5430	7705	2275	1260	1015
27/IV	3970	6230	5100	8000	4470	6375	1905	1400	505
28/IV	2960	5290	4125	6580	3465	5760	2295	1420	875
29/IV	2040	4390	3215	5200	2500	4840	2340	1380	960
30/IV	1470	3410	2440	4050	1755	3900	2145	1150	995
1/V	1130	2320	1725	2920	1300	2865	1565	1130	435
2/V	885	1650	1268	2150	1008	1985	977	770	207
3/V	736	1270	1003	1750	810	1460	650	400	250
4/V	641	1000	820	1450	688	1135	447	300	147

По условиям формирования стока водосборная площадь нижнего участка довольно однородна, поэтому модуль стока, характеризующий боковой приток на этом участке, можно взять средним для всей площади. Для определения среднего модуля воспользуемся расходами рек-аналогов: р. Барзас—с. Верхний Барзаский (Q_5), площадь водосбора $f_5=743$ км² и р. Лебяжье—с. Безменово (Q_6), площадь водосбора $f_6=1390$ км². Промежуточная площадь верхнего участка разделена на две части: левобережье (лесостепь), характеризующееся сравнительно низким модулем стока (площадь $F_{1л}$ составляет 38 % F_1), и лесное правобережье (площадь $F_{1п}$) с большой протяженностью главных притоков и высоким модулем стока. Для левобережной части использованы расходы воды:

р. Б. Уньга—с. Панфиловское (Q_3) с площадью водосбора $f_3 = 978$ км² и р. Ускат—с. Красулино (Q_4) с площадью водосбора $f_4 = 1100$ км². Для правобережья использованы расходы: р. Сред. Терсь—пос. Монашка (Q_1), площадь водосбора $f_1 = 1860$ км² и р. Тайдом—с. Медведка (Q_2), площадь водосбора $f_2 = 1330$ км².

Используя соотношения (2.67) и (2.69), можно записать выражения для расчета бокового притока:

1) для верхнего участка

$$Q_{б,1} = k_{н,1} [0,5(Q_3/f_3 + Q_4/f_4) F_{1л} + 0,5(Q_1/f_1 + Q_2/f_2) F_{1п}],$$

2) для нижнего участка

$$Q_{б,2} = k_{н,2} 0,5(Q_5/f_5 + Q_6/f_6) F_2,$$

где $k_{н,1}$ и $k_{н,2}$ — коэффициенты стоковой приводки, вычисленные по средним многолетним значениям отношения фактического приращения объема стока за половодье на участках г. Новокузнецк—г. Кемерово—г. Томск к вычисленному притоку по стоку вышеперечисленных малых рек ($k_{н,1} = 0,67$, $k_{н,2} = 1,31$).

Подставив значения $k_{н,1}$, $k_{н,2}$ и f_i , получим:

$$Q_{б,1} = 2,29Q_3 + 2,04Q_4 + 1,96Q_1 + 2,75Q_2,$$

$$Q_{б,2} = 2,17Q_5 + 4,9Q_6.$$

По этим соотношениям можно рассчитать боковой приток к этим участкам, используя данные о ежедневных расходах воды для выбранных рек-аналогов.

2.4. Практические приемы прогноза с использованием уравнения трансформации волны

При использовании рассмотренных в этой главе методов для краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды приходится решать ряд задач:

- как оценить возможную заблаговременность прогноза;
- как задать входные данные (расход во входных створах и боковой приток) на период заблаговременности;
- каким образом погасить накопление ошибок, связанных с тем, что расчет необходимо начинать за r (память кривой добегаия) единиц времени до даты выпуска прогноза.

Рассмотрим практические способы решения этих задач.

2.4.1. Определение возможной заблаговременности при использовании кривых добегаия

Основные ошибки прогнозов, при составлении которых используются кривые добегаия, определяются неточностью фактических данных, поступивших к моменту выпуска прогноза и неточностью экстраполяции входных данных на период заблаговременности. С увеличением заблаговременности, как правило, увеличиваются

погрешности и средняя квадратическая ошибка может превысить среднюю квадратическую изменчивость расходов за период заблаговременности.

В общем случае допустимую заблаговременность можно определить опытным путем, используя критерий эффективности прогноза:

$$s_{\delta} \leq 0,8\sigma_{\delta}, \quad (2.75)$$

где s_{δ} — средняя квадратическая ошибка прогноза с заблаговременностью δ единиц времени, σ_{δ} — средняя квадратическая изменчивость расходов воды замыкающего створа за время δ .

Выпустив серию проверочных прогнозов на архивных данных и получив оценки s_{δ} и σ_{δ} ($\delta=1, 2, \dots, \delta_m$), находим то наибольшее значение δ , для которого еще выполняется неравенство (2.75). Это и будет допустимой заблаговременностью. Такой подход неудобен, так как бывает затруднительно выпустить массовые прогнозы на архивных данных.

Если мы знаем средние квадратические ошибки экстраполяции (прогноза) входных гидрографов на несколько единиц времени ($\sigma_{\delta 1}, \sigma_{\delta 2}, \dots, \sigma_{\delta m}$), ординаты кривых добегаания и средние квадратические ошибки схемы в расчетном режиме (при использовании на период заблаговременности фактических расходов во входных створах), можно использовать неравенство

$$\sqrt{s_{\delta, p}^2 + \sum_{i=1}^m k_i^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{\delta, i, j}^2 p_{i, \delta-j+1}^2} \leq 0,8\sigma_{\delta} \quad (\delta = 1, 2, \dots, \delta_m), \quad (2.76)$$

где $s_{\delta, p}$ — средняя квадратическая ошибка схемы в расчетном режиме; k_i — коэффициент стоковой приводки для i -го входа; $p_{i, j}$ — ординаты кривых добегаания i -го входа; m — число входных створов.

Аналогично предыдущему находят наибольшее значение δ , для которого выполняется неравенство (2.76).

Если на период заблаговременности входные расходы воды полагаются равными расходам на дату выпуска прогноза (см. п. 2.4.2), можно пользоваться более простым выражением:

$$\sqrt{s_{\delta, p}^2 + \sum_{i=1}^m k_i^2 \sum_{j=1}^{\delta} j^2 \sigma_{i, j}^2 p_{i, \delta-j+1}^2} \leq 0,8\sqrt{\delta}\sigma_1, \quad (\delta = 1, 2, \dots, \delta_m), \quad (2.77)$$

где $\sigma_{i, j}$, σ_1 — средняя квадратическая изменчивость за сутки расходов i -го входного створа и замыкающего створа соответственно.

Из соотношений (2.76) и (2.77) следует, что допустимая заблаговременность зависит не только от ошибок экстраполяции и формы кривых добегаания, но и от точности схемы в расчетном режиме.

Для расчета по соотношению (2.77) необходимо определить среднюю квадратическую изменчивость расходов входных и выходного створов за одни сутки, а также ошибку расчета расходов воды замыкающего створа за δ_m единиц времени.

Следует учитывать, что из-за небольшой изменчивости расходов за небольшие интервалы времени (1—2 сут) относительные ошибки в первые-вторые сутки могут оказаться больше, чем для нескольких последующих суток. Опыт показывает, что оптимальной заблаговременностью в первом приближении является заблаговременность, заключенная в пределах $0,5n\tau \leq \delta \leq n\tau$, т. е. при $\delta < 0,5n\tau$ прогнозы могут оказаться неэффективными. Конечно, точность прогноза сильно зависит от точности экстраполяции входных расходов на период заблаговременности, поэтому оценка, не учитывающая этого обстоятельства, является ориентировочной и после разработки метода прогноза должна быть уточнена по соотношениям (2.75)—(2.77).

2.4.2. Задание входных данных на период заблаговременности прогноза

Во всех рассмотренных в этой главе методах прогноза необходимо знать ход притока и расхода воды во входных створах на период заблаговременности прогноза. Чем больше заблаговременность тем при прочих равных условиях значительнее роль последующих условий. Приближенно удельное влияние последующих условий можно оценить по сумме начальных ординат кривых добегаания (при их числе, равном заблаговременности).

В практике прогноза используют ряд приближенных способов определения будущего потока. Выбор того или иного подхода должен основываться на физическом анализе особенностей формирования притока в каждом конкретном случае.

1. На период заблаговременности приток (боковой либо во входных створах) принимают равным притоку на дату выпуска прогноза. Этот прием целесообразно применять в период подъема паводка, если сумма начальных ординат кривых добегаания невелика.

2. Осуществляют линейную экстраполяцию входных расходов либо расходов бокового притока:

$$Q_{в, t_0 + \delta} = Q_{в, t_0} + \delta(Q_{в, t_0} - Q_{в, t_0 - 1}), \quad (2.78)$$

где δ — заблаговременность прогноза, t_0 — момент выпуска прогноза. Такой прием может давать положительные результаты только при плавных изменениях экстраполируемых расходов воды.

3. Устанавливают связь смежных приращений расхода воды по архивным данным:

$$\Delta Q_{t+1} = r \Delta Q_t + (1 - r) \Delta \bar{Q}, \quad (2.79)$$

где ΔQ_{t+1} и ΔQ_t — разность расходов воды за моменты времени $t+1$ и t , а также t и $t-1$; r — коэффициент корреляции разностей расходов, сдвинутых на единицу времени; $\Delta \bar{Q}$ — средняя разность.

Используя соотношение (2.79) для моментов времени t_0+1 , t_0+2 и т. д., можно последовательно определить значения ΔQ на период заблаговременности и найти соответствующие расходы воды:

$$Q_{в, t_0+\delta} = Q_{в, t_0+\delta-1} + \Delta Q_{t_0+\delta}. \quad (2.80)$$

Пример расчета на 3 сут вперед дан в табл. 2.17.

Таблица 2.17

Расчет притока с заблаговременностью 3 сут ($r=0,8$, $\Delta\bar{Q}=0$, дата выпуска прогноза 4 мая)

Дата	Данные $Q_{в}$, имеющиеся к моменту прогноза	$\Delta Q_{t_0+\delta} = r\Delta Q_{t_0+\delta-1}$	Рассчитанные на период заблаговременности значения $Q_{в, t_0+\delta}$
1	2	3	4
3/V	1150		
4/V	1230		
5/V		64,0	1294
6/V		51,2	1345
7/V		41,0	1386

Начальное значение ΔQ_{t_0} ($80 \text{ м}^3/\text{с}$) получено по двум фактическим расходам воды, а остальные (графа 3) — в результате последовательного решения уравнения (2.79). По этим приращениям и по уравнению (2.80) рассчитан расход воды на период заблаговременности.

Этот подход дает несколько лучшие результаты, чем линейная экстраполяция. Однако он может быть успешно использован, если r достаточно большое ($r \geq 0,6 \dots 0,7$).

4. Ход притока на период заблаговременности устанавливают по типовой кривой спада гидрографа. Типовую кривую спада находят по ежедневным расходам. Обычно ежедневные расходы воды в период спада выражают в долях максимального расхода $Q_{\text{макс}}$ и наносят на график с осями $Q_t/Q_{\text{макс}}$ и t . На один график наносят данные о кривых спада за ряд (20—30) лет. Затем проводят среднюю кривую, которую и принимают за типовую кривую спада в относительных величинах $Q_t/Q_{\text{макс}} = f(t)$. Такой подход возможен, когда кривые спада не зависят от максимального расхода. Если это условие не выполняется, типовую кривую спада находят отдельно для лет с большими, средними и малыми значениями $Q_{\text{макс}}$.

Для выражения кривой спада в аналитическом виде можно пользоваться следующими зависимостями:

$$Q_t = Q_{\text{макс}} \exp(-at^n), \quad (2.81)$$

$$Q_t = Q_{\text{макс}} / (1 + \beta t)^2, \quad (2.82)$$

$$Q_t = Q_{\text{макс}} [1 - (t/t_{\text{сн}})^m]^2, \quad (2.83)$$

где $t_{\text{сп}}$ — продолжительность спада; α , n , β , m — параметры зависимостей.

Обычно эти зависимости спрямляют каким-либо образом, строят графики в новых переменных и по ним находят параметры. Зависимость (2.81) спрямляют с помощью графика связи

$$\lg(\lg Q_{\text{макс}}/Q_t) = f(\lg t). \quad (2.84)$$

Параметр n будет тангенсом угла наклона этой связи, а параметр $\alpha = 0,435 \cdot 10^A$, где A — отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Зависимость (2.82) спрямляют с помощью графика связи

$$\sqrt{Q_{\text{макс}}/Q_t} - 1 = f(t). \quad (2.85)$$

Параметр β равен тангенсу угла наклона этой прямой. Для спрямления зависимости (2.83) строят график связи

$$\lg(1 - \sqrt{Q_t/Q_{\text{макс}}}) = f(t/t_{\text{сп}}). \quad (2.86)$$

Тангенс угла наклона этой связи будет параметром m .

Установить, какой из рассмотренных типов связи лучше подходит в конкретном случае, можно только опытным путем. Выбирают ту зависимость, для которой спрямляющая связь наиболее тесная и близка к прямой. Следует иметь в виду, что при использовании зависимости (2.83) для прогноза необходимо предварительно каким-либо способом задать ожидаемую продолжительность спада. Чаще всего удается построить график связи $t_{\text{сп}} = f(Q_{\text{макс}})$, по которому и находят продолжительность спада в процессе выпуска прогноза.

Рассмотренные зависимости могут быть использованы при более или менее устойчивой форме кривых спада от года к году. Иногда не удается построить такие обобщенные кривые спада. Тогда для прогноза на несколько суток можно рекомендовать следующий простой прием. Полагаем, что на период заблаговременности (на спаде) расходы воды убывают по экспоненте с постоянным коэффициентом. Тогда для расчета в будущие моменты времени можно воспользоваться выражением

$$Q_{t_0 + \delta} = Q_{t_0} k^\delta, \quad (2.87)$$

где t_0 — момент выпуска прогноза, δ — заблаговременность.

Параметр k этого уравнения приближенно можно оценить по двум предшествующим прогнозам расходам воды $k = Q_{t_0}/Q_{t_0-1}$.

Рассмотренные выше четыре способа задания входных данных на период заблаговременности не обладают высокой точностью и могут быть успешно применены только для прогноза небольшой заблаговременности, когда сумма начальных ординат кривых добегаания мала. В каждом конкретном случае целесообразно испробовать несколько рассмотренных подходов и выбрать для прогноза лучший из них.

2.4.3. Учет начальных условий и корректировка прогноза

Эта задача возникает только при использовании линейных методов трансформации, рассмотренных в п. 2.1 и 2.3. В этих случаях данные о расходах (уровнях) воды в замыкающем створе, поступившие к моменту выпуска прогноза, не используются, что может приводить к накоплению ошибок прогноза. Для исключения возможного накопления ошибок к моменту выпуска прогноза в таких схемах необходимо учесть начальные условия, т. е. расходы (уровни) воды в замыкающем створе, поступившие к моменту выпуска прогноза.

В общем виде соотношение, учитывающее начальные условия, можно представить в виде

$$\tilde{Q}_{t_0+\delta} = \hat{Q}_{t_0+\delta} + \Phi_{t_0}(Q, \delta), \quad (2.88)$$

где $\Phi_{t_0}(Q, \delta)$ — корректирующий оператор, позволяющий учесть фактические данные на выходе, поступившие к моменту выпуска прогноза; $\hat{Q}_{t_0+\delta}$ — расход воды, полученный в результате прогноза по кривым добегаания без учета начальных условий, т. е. по соотношениям (2.8), (2.31) либо (2.37); t_0 — момент выпуска прогноза; δ — заблаговременность прогноза; Q — фактический расход воды в замыкающем створе за некоторый период перед выпуском прогноза.

Рассмотрим в порядке усложнения несколько подходов, позволяющих задать оператор $\Phi_{t_0}(Q, \delta)$.

1. Если параметр кривой добегаания n равен единице,

$$\Phi_{t_0}(Q, \delta) = Q_{t_0} \exp(-\delta/\tau), \quad (2.89)$$

где τ — параметр кривой добегаания; Q_{t_0} — расход воды в замыкающем створе на дату выпуска прогноза.

Если параметр n близок к единице, но не равен ей, можно округлить n до единицы, пересчитав параметр τ по выражению $\tau^* = n\tau$. При этом ординаты кривой добегаания, используемые при вычислении первого слагаемого соотношения (2.88), лучше считать по исходным значениям (без округления) параметров.

2. Если n по основному входу равно 2, корректирующий оператор можно записать в следующем виде:

$$\Phi_{t_0}(Q, \delta) = (\delta + 1) Q_{t_0} \exp(-\delta/\tau) - \delta Q_{t_0-1} \exp[-(\delta + 1)/\tau], \quad (2.90)$$

т. е. здесь используются два предшествующих выпуску прогноза расхода воды замыкающего створа (Q_{t_0} и Q_{t_0-1}). В этом случае, как и в предыдущем, при прогнозе не нужно считать трансформации за период, предшествующий прогнозу, поэтому получается очень простое выражение для прогноза, которое включает в себя входные расходы только за период заблаговременности прогноза:

$$\tilde{Q}_{t_0+\delta} = \sum_{j=1}^{\delta} Q_{B, t_0+\delta-j+1} p_j + \Phi_{t_0}(Q, \delta), \quad (2.91)$$

т. е. при заблаговременности 1 сут необходимо вычислить только одно произведение (помимо вычисления $\Phi_{t_0}(Q, \delta)$), для 2 сут — сумму двух произведений и т. д.

Например, нужно выпустить прогнозы с двухсуточной заблаговременностью для участка реки, для которого параметры кривой добегаания n и τ соответственно равны 2 и 1. Ординаты кривой добегаания, рассчитанные при этих параметрах по соотношению (2.15), равны 0,40; 0,29; 0,16 и т. д. Тогда можно записать выражение для прогноза:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{t_0+2} &= 0,40Q_{в, t_0+2} + 0,29Q_{в, t_0+1} + 3Q_{t_0} \exp(-2) - \\ &- 2Q_{t_0-1} \exp(-3) = 0,40Q_{в, t_0+2} + 0,29Q_{в, t_0+1} + 0,41Q_{t_0} - 0,10Q_{t_0-1}, \end{aligned}$$

где $Q_{в}$ — расход воды во входном створе.

Так же как в предыдущем подходе, параметр n можно округлять до 2, но для пересчета τ в этом случае необходимо пользоваться отношением

$$\tau^* = n\tau/2.$$

Рассмотренные подходы достаточно просты, однако при наличии нескольких входов возникают затруднения. В этих случаях можно рекомендовать следующие приемы. Если один из входов вносит значительно больший вклад, чем остальные, можно пользоваться соотношением, аналогичным (2.90), с τ , соответствующим этому входному створу:

$$\Phi(Q, \delta) = (\delta + 1) \Delta Q_{t_0} \exp(-\delta/\tau) - \delta \Delta Q_{t_0-1} \exp[-(\delta + 1)/\tau], \quad (2.92)$$

где ΔQ_t — расход воды в замыкающем створе за вычетом рассчитанных на этот момент времени расходов воды по всем входам, кроме выделенного для учета начальных условий.

Если расходы воды всех входных створов соизмеримы между собой, лучше получить средние для всех входов параметры \bar{n} и $\bar{\tau}$ и их использовать в соотношении (2.90).

3. Способ коррекции основан на учете ошибки расчета в день выпуска прогноза. По рассчитанному без коррекции расходу воды в день выпуска прогноза (\hat{Q}_{t_0}) и фактическому расходу в этот день (Q_{t_0}) в выходном створе определяем ошибку $\Delta Q_{t_0} = C_{t_0} - \hat{Q}_{t_0}$. Полагаем, что эта ошибка обусловлена неточностью входного расхода, вес которого при расчете \hat{Q}_{t_0} максимален. Естественно, что им будет расход, отстоящий от даты выпуска прогноза (назад) на число единиц времени, равное номеру максимальной ординаты (i_{\max}). Тогда корректирующий оператор

$$\Phi_{t_0}(Q, \delta) = (\Delta Q_{t_0}/p_{i_{\max}}) p_{i_{\max} + \delta}. \quad (2.93)$$

Номер максимальной ординаты можно определить непосредственно по графику кривой добегаания либо при аналитическом задании кривой добегаания по соотношению

$$i_{\max} = \text{int} [\tau(n - 1) + 0,5], \quad (2.94)$$

где τ и n — параметры кривой добегаия, int — символ целой части, т. е. $i_{\text{макс}}$ полагается равным целой части выражения, стоящего в квадратных скобках.

Например, при $\tau=2, 3$ и $n=4, i_{\text{макс}}=7$, т. е. получим

$$\Phi_{t_0}(Q, \delta) = (\Delta Q_{t_0}/p_7) p_{7+\delta}.$$

На параметр n в этом подходе ограничений нет. При наличии нескольких входов можно поступать аналогично предыдущему. В этом случае можно также воспользоваться довольно простым приемом разделения выходного гидрографа на несколько, соответствующих каждому входу. Если допустить, что относительные ошибки расчета выходных гидрографов для каждого входа одинаковы, то фактический гидрограф в замыкающем створе можно разделить на m гидрографов по соотношению

$$Q_{t,i} = (Q_t/Q_{pt}) Q_{pt,i} \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2.95)$$

где Q_t, Q_{pt} — фактический и рассчитанный расход воды в замыкающем створе в момент t ; $Q_{p,t,i}$ — рассчитанный трансформированный расход, соответствующий i -му входу; $Q_{t,i}$ — условный фактический расход, соответствующий i -му входу. Используя полученные значения $Q_{t,i}$ и соответствующие каждому входу кривые добегаия, можно ввести поправки для каждого входа независимо.

4. Прием, основанный на использовании кривых истощения русловых запасов. Сущность этого подхода заключается в том, что расход воды в замыкающем створе рассматривается состоящим как бы из двух частей. Одна часть расхода обуславливается объемом и распределением воды на участке в начальный момент времени (момент выпуска прогноза), другая определяется поступлением воды через верхний створ участка и с частного бассейна (для приточного участка) после момента выпуска прогноза. При допущении, что распределение расхода воды по длине участка описывается двухчленной параболой с показателем степени, равным 0,8, получены ординаты кривых истощения для входного и выходного створов при различном времени добегаия на участке (табл. 2.18, 2.19).

Ожидаемый расход в этом случае вычисляют по формуле

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{t_0+\delta} = & \sum_{j=1}^{\delta} Q_{в, t_0+\delta-j+1} p_j + \sum_{j=1}^{\delta} Q_{б, t_0+\delta-j+2} p_{б, j} + \\ & + p_{\text{ист, в, } \delta} Q_{в, t_0} + p_{\text{ист, } \delta} Q_{t_0}, \end{aligned} \quad (2.96)$$

где δ — заблаговременность прогноза; $Q_{в}, Q_{б}$ — расход воды во входном створе и боковой приток; p_j и $p_{б, j}$ — кривые добегаия расходов воды во входных створах и бокового притока; $p_{\text{ист, в}}, p_{\text{ист, } \delta}$ — ординаты кривых истощения расходов воды во входных створах и расходов в замыкающем створе, определяемые по табл. 2.18 и 2.19.

Таблица 2.18

Ординаты кривой истощения для входного створа

δ сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,63	0,38	0,28	0,20	0,16	0,14	0,11	0,09	0,08	0,07
1	0,15	0,55	0,50	0,39	0,32	0,26	0,23	0,20	0,18	0,16
2	0,04	0,26	0,55	0,56	0,48	0,41	0,34	0,29	0,26	0,24
3	0,01	0,10	0,30	0,53	0,57	0,51	0,45	0,39	0,34	0,31
4	0,00	0,04	0,13	0,32	0,52	0,57	0,54	0,49	0,44	0,38
5		0,00	0,05	0,16	0,35	0,53	0,58	0,59	0,53	0,46
6			0,01	0,07	0,21	0,38	0,52	0,60	0,59	0,54
7			0,00	0,02	0,09	0,24	0,40	0,55	0,62	0,62
8				0,00	0,03	0,11	0,27	0,45	0,57	0,65
9					0,01	0,05	0,14	0,30	0,46	0,61
10					0,00	0,01	0,06	0,17	0,31	0,48
11						0,00	0,03	0,08	0,20	0,35
12							0,01	0,04	0,12	0,24
13							0,00	0,01	0,06	0,14
14								0,00	0,02	0,07
15									0,00	0,03
16										0,01
17										0,00

Таблица 2.19

Ординаты кривой истощения выходного створа

δ сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,23	0,60	0,72	0,80	0,84	0,86	0,89	0,91	0,92	0,93
1	0,05	0,25	0,46	0,61	0,68	0,74	0,77	0,80	0,82	0,84
2	0,01	0,07	0,22	0,38	0,51	0,59	0,66	0,71	0,74	0,76
3	0,00	0,02	0,10	0,22	0,35	0,47	0,55	0,61	0,66	0,69
4		0,00	0,04	0,12	0,23	0,34	0,44	0,51	0,56	0,62
5			0,00	0,05	0,13	0,22	0,32	0,40	0,47	0,54
6				0,01	0,04	0,12	0,23	0,30	0,38	0,46
7				0,00	0,01	0,05	0,13	0,21	0,28	0,36
8					0,00	0,02	0,05	0,10	0,19	0,25
9						0,00	0,02	0,05	0,10	0,16
10							0,01	0,04	0,06	0,10
11							0,00	0,01	0,02	0,05
12								0,00	0,00	0,01
13										0,00

Если используется не один входной створ, то ординаты кривой истощения умножают на сумму расходов воды во всех входных створах, т. е.

$$Q_{в, t} = Q_{в, 1, t} + Q_{в, 2, t}.$$

5. Подход, основанный на моделировании ошибок входных гидрографов (статистический алгоритм адаптации). В этом случае нет ограничений на число входов и параметры кривых добегаия. Корректирующий оператор, усваивающий фактические данные на выходе, имеет вид

$$\Phi_{t_0}(Q, \delta) = \sum_{i=1}^m k_i \omega_i \sum_{j=1}^{r_i} \eta_{t_0 + \delta - i + 1} p_{i, j}, \quad (2.97)$$

где m — количество входных створов; k_i — коэффициенты стоковой приводки для i -го входа; ω_i — доля стока i -го входа по отношению к стоку в замыкающем створе; r_i — память i -й кривой добегаия; $p_{i, j}$ — ординаты i -й кривой добегаия; η_t — ошибка на входе в соответствующий момент времени.

Обычно ошибки входных данных неизвестны, поэтому их приходится моделировать. Полагаем, что ошибки подчиняются нормальному закону распределения с центром $\bar{\eta}$ и дисперсией D_{η} , которые необходимо оценить по фактическим данным к моменту выпуска прогноза. Для их определения строят алгоритм, основанный на поиске минимума ошибки расчета расходов воды в замыкающем створе непосредственно перед выпуском прогноза:

$$R(\bar{\eta}, D_{\eta}) = \sum_{j=t_0-t_p}^{t_0} \alpha^{t_0-j} (Q_j - \tilde{Q}_j)^2, \quad (2.98)$$

где t_p — период, за который учитываются ошибки расчета до момента выпуска прогноза (равен максимальному значению произведения nt из всех входов); α — коэффициент, позволяющий придавать меньший вес ошибкам, полученным в моменты времени, отстоящие дальше от даты выпуска прогноза; Q_j — фактический расход воды в замыкающем створе перед выпуском прогноза; \tilde{Q}_j — расход воды, полученный по соотношению (2.88) с оператором Φ , рассчитанным по выражению (2.97). По параметрам $\bar{\eta}$ и D_{η} , соответствующим минимуму выражения (2.98), находят вектор η , который используется для корректировки прогноза по соотношению (2.97).

Рассмотренный алгоритм очень трудоемок, поэтому расчеты необходимо вести на ЭВМ, используя, например, программу прил. 2.8. Начальный вектор η с параметрами $\bar{\eta}=0$ и $D_{\eta}=1$ моделируют с помощью стандартных таблиц случайных функций. Для нахождения минимума выражения (2.98) используют метод оптимизации Розенброка.

Значения ω_i и α рассчитывают по соотношениям:

$$\omega_i = \left(k_i \sum_{j=t_0-t_p+1}^{t_0} Q_{в, i, j} \right) / \left(\sum_{p=1}^m k_p \sum_{j=t_0-t_p+1}^{t_0} Q_{в, p, j} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2.99)$$

$$\alpha = \begin{cases} \delta/t_{\max} & \text{при } \alpha < 1, \\ 1 & \text{при } \alpha \geq 1, \end{cases} \quad (2.100)$$

где t_{\max} — целая часть произведения параметров трансформации ($n\tau$), соответствующих тому входному створу, для которого оказалась максимальной величина ω_i .

Процедуру оптимизации критерия (2.98) повторяют для 15 смоделированных векторов и из них выбирают тот вектор, для которого критерий окажется минимальным.

Дать однозначные рекомендации о выборе одного из предложенных алгоритмов корректировки довольно трудно. Если прогноз составляют с помощью ЭВМ, лучше пользоваться последним алгоритмом, практически не имеющим ограничений. При ручном составлении прогноза можно пользоваться остальными алгоритмами, причем необходимо выпустить проверочные прогнозы с использованием 2—3 подходов и выбрать лучший.

2.4.4. Примеры прогноза, основанного на использовании кривых добегания

Основное внимание при подборе примеров обращалось на особенности использования начальных условий и способы экстраполяции входных данных на период заблаговременности.

Пример 2.9. Прогноз расхода воды р. Усы в створе с. Адзъва с учетом сосредоточенного притока.

Разработку метода будем вести для участка с. Петрунь—с. Адзъва. Характеристика этого участка и способ определения коэффициентов стоковой приводки даны в примере 2.5. В соответствии с этим запишем выражение для расчета расходов воды в створе с. Адзъва:

$$Q_{t_0+\delta} = 1,02 \sum_{j=1}^{r_1} Q_{1, t_0+\delta-j+1} p_{1, j} + 2,13 \sum_{j=1}^{r_2} Q_{2, t_0+\delta-j+1} p_{2, j} + \Phi_{t_0}(Q, \delta), \quad (2.101)$$

где Q_1 — расход воды в створе с. Петрунь, Q_2 — сумма расходов в створах р. Косью—д. Косью и р. Кожим—д. Кожим; $p_{1, j}$, $p_{2, j}$ — ординаты кривых добегания входных расходов Q_1 и Q_2 соответственно; $\Phi_{t_0}(Q, \delta)$ — корректирующий оператор, рассчитываемый по соотношению (2.97).

Для определения параметров n и τ кривых добегания были выбраны расходы воды в период половодья за пять лет (1966, 1967, 1973, 1975, 1976) для всех использующихся в расчете

створов. По соотношениям (2.18) и (2.19) были получены начальные значения параметров: $n_1=1,0$, $\tau_1=3,2$, $n_2=3,6$, $\tau_2=0,84$. С помощью программы прил. 2.1 эти значения были уточнены, и окончательные их значения оказались равными: $n_1=3,05$, $\tau_1=0,59$, $n_2=2,65$, $\tau_2=1,60$. При этих значениях параметров память кривых добегания r_1 и r_2 можно ограничить 15 ординатами. Зная эти параметры, по соотношению (2.15) рассчитываем ординаты кривых добегания p_1 и p_2 . Таким образом, мы получили все данные, необходимые для расчета по соотношению (2.101).

Необходимо также задать способ экстраполяции расходов воды во входных створах Q_1 и Q_2 на период заблаговременности. Для обоих входных створов расход экстраполировали следующим образом: на подъеме использовали линейную экстраполяцию (2.78), на спаде — кривую спада (2.87) с переменным коэффициентом, определяемым по двум смежным расходам воды. Окончательно для прогноза использовали следующее выражение:

$$Q_{t_0+\delta} = \sum_{j=1}^{\delta} (1,02\tilde{Q}_{1, t_0+\delta-j+1}p_{1, j} + 2,13Q_{2, t_0+\delta-j+1}p_{2, j}) + \\ + \sum_{j=\delta+1}^{15} (1,02Q_{1, t_0+\delta-j+1}p_{1, j} + 2,13Q_{2, t_0+\delta-j+1}p_{2, j}) + \\ + \sum_{j=1}^{15} \eta_{t_0+\delta-j+1} (1,02\omega_1 p_{1, j} + 2,13\omega_2 p_{2, j}), \quad (2.102)$$

где \tilde{Q}_1 , \tilde{Q}_2 — расходы воды, полученные в результате экстраполяции; η_i и ω_i — параметры статистического алгоритма адаптации, определяемые автоматически.

Из соотношения (2.102) следует, что для прогноза на δ сут необходимо иметь фактический расход воды за (15— δ) сут до выпуска прогноза в створах с. Петрунь, д. Косью, д. Кожим и за 4 сут в замыкающем створе. Проверочные прогнозы ежедневных расходов воды в период весеннего половодья за шесть лет показали, что эта методика может быть использована с заблаговременностью до 3 сут. Оценка эффективности (s/σ_δ) за этот период для заблаговременности до 3 сут составляет соответственно 0,42; 0,64 и 0,81 при средней квадратической ошибке (s) 250, 585 и 952 м³/с. Быстрый рост ошибок с увеличением заблаговременности связан в основном с низкой точностью экстраполяции расхода воды во входных створах. Об этом свидетельствует то, что средняя квадратическая ошибка расчета (во входных створах задают фактические расходы воды на период заблаговременности) для той же заблаговременности равна 226, 384 и 480 м³/с.

Пример 2.10. Прогноз расхода воды р. Онеги в створе д. Змиево с учетом распределенного бокового притока.

Входным створом может быть д. Надпорожский Погост, расположенный на 182 км выше д. Змиево. Характеристика этого

участка и кривая добегания бокового притока даны в примере 2.6 (см. табл. 2.15).

Ежедневный расход бокового притока вычислен с помощью среднего арифметического модуля расхода по трем малым рекам: р. Волошка—д. Заволжье ($F_1=630$ км²); р. Кена—д. Коровий Двор ($F_2=5550$ км²); р. Можга—д. Мышелово ($F_3=8110$ км²), т. е.

$$Q_{б,t} = \frac{28\,100}{3} \left(\frac{Q_{1,t}}{630} + \frac{Q_{2,t}}{5550} + \frac{Q_{3,t}}{8110} \right) = 14,9Q_{1,t} + \\ + 1,69Q_{2,t} + 1,16Q_{3,t}.$$

Здесь 28 100 км² соответствует промежуточной площади водосбора между входным и выходным створами участка. Анализ показал, что расход бокового притока в течение половодья очень изменчив, причем спад может быть прерван довольно существенными подъемами. Это обстоятельство усложняет экстраполяцию бокового притока на период заблаговременности, поэтому заблаговременность была уменьшена до 2 сут, хотя время добегания на участке равно 3 сут.

Для учета начальных условий воспользуемся подходом, основанным на кривых истощения (п. 2.4.3). Для участка реки с $\tau = 3$ сут при заблаговременности прогноза 2 сут, согласно данным табл. 2.18 и 2.19, ординаты кривых истощения для входного и выходного створов соответственно равны 0,55 и 0,22, т. е. оператор $\Phi_{t_0}(Q, \delta)$ можно записать так:

$$\Phi_{t_0}(Q, 2) = 0,55Q_{в,t_0} + 0,22Q_{т_0},$$

где $Q_{в,t_0}$ и $Q_{т_0}$ — расход воды во входном и выходном (д. Змиево) створах в момент выпуска прогноза t_0 .

Первые три ординаты кривой добегания для входного створа оказались равными 0,0; 0,04 и 0,19, а ординаты кривой добегания бокового притока (см. табл. 2.15) — 0,20; 0,29 и 0,25. Учитывая это, можно записать выражение для расчета расходов воды в д. Змиево:

$$Q_{т_0+2} = (0,19Q_{в,t_0} + 0,04Q_{в,t_0+1}) + (0,25Q_{б,t_0} + 0,29Q_{б,t_0+1} + \\ + 0,20Q_{б,t_0+2}) + 0,55Q_{в,t_0} + 0,22Q_{т_0}. \quad (2.103)$$

Для использования этого выражения при выпуске прогноза сделаны следующие допущения о ходе расхода воды во входном створе и бокового притока на период заблаговременности:

1. Расход воды во входном створе (д. Надпорожский Погост) сохраняется постоянным, равным расходу в день выпуска прогноза, на последующие 2 сут, т. е. $Q_{в,t_0+1} = Q_{в,t_0+2} = Q_{в,t_0}$.

2. За каждые сутки на фазе подъема половодья боковой приток возрастает на 400 м³/с. В этом случае выражение (2.103) для прогноза на подъеме половодья можно записать в виде

$$Q_{т_0+2} = 0,78Q_{в,t_0} + 0,22Q_{т_0} + 0,74Q_{б,t_0} + 276. \quad (2.104)$$

3. В первой половине спада половодья (от $Q_{б, макс}$ до $0,5Q_{б, макс}$) изменение бокового притока описывается кривой спада $Q_{б, t_0+\delta} = Q_{б, t_0} \cdot 0,9^\delta$, т. е. $Q_{б, t_0+1} = 0,9 Q_{б, t_0}$, а $Q_{б, t_0+2} = 0,81 \times Q_{б, t_0}$, и выражение (2.103) принимает вид

$$Q_{t_0+2} = 0,78Q_{в, t_0} + 0,22Q_{t_0} + 0,67Q_{б, t_0}. \quad (2.105)$$

4. Во второй половине спада (после наступления $0,5Q_{б, макс}$) за каждые сутки боковой приток уменьшается на $80 \text{ м}^3/\text{с}$. Тогда соотношение (2.103) можно записать в виде

$$Q_{t_0+2} = 0,78Q_{в, t_0} + 0,22Q_{t_0} + 0,74Q_{б, t_0} - 55. \quad (2.106)$$

Таким образом, для прогноза с заблаговременностью 2 сут на подъеме половодья используется соотношение (2.104), а на спаде — (2.105) и (2.106). Эффективность методики за период весеннего половодья, полученная по данным за три года (118 случаев), характеризуется величиной $s/\sigma_s = 0,32$ как на подъеме, так и на спаде половодья.

Пример 2.11. Прогноз уровня воды р. Онон в створе р. Чиндат 1-й.

Будем рассматривать участок с. Бытэв—с. Чиндат 1-й протяженностью 225 км. На участке впадает один сравнительно крупный приток, площадь водосбора которого составляет около 30 % промежуточной площади. Для разработки метода прогноза воспользуемся линейной моделью трансформации с сосредоточенным притоком (2.8). В качестве входных створов будем использовать с. Бытэв на р. Онон и с. Иля на притоке Иля, для которых имеются данные о расходах воды. В замыкающем створе (с. Чиндат 1-й) измеряется только уровень воды. Коэффициенты стоковой приводки входных створов полагаем равными единице, так как приток на участке слабый, а расход воды в нижнем створе отсутствует.

Для определения параметра кривых добегания используем программу (прил. 2.1) для случая, когда в выходном створе задан уровень воды. Так как на этом участке р. Онон имеется широкая пойма, полагаем, что при выходе воды на пойму (в среднем при расходе в створе с. Бытэв, равном $1000 \text{ м}^3/\text{с}$) может меняться параметр кривой добегания τ_n при неизменном l . Расчеты будем вести только в период прохождения дождевых паводков. Для определения параметра кривых добегания и условной кривой расходов в замыкающем створе были подготовлены данные по пяти характерным годам. Отметка дна H_0 в замыкающем створе, используемая в выражении (2.21) для кривой расходов, принята равной 230 см.

В результате оптимизации с использованием указанной программы были получены значения параметров трансформации и коэффициентов уравнения кривой расходов, приведенные в табл. 2.20.

Таблица 2.20

Значения оптимальных параметров

Параметр	1-й вход р. Онон — с. Бытэв	2-й вход р. Иля — с. Иля	Замыкающий створ р. Онон — с. Чин- дат 1-й
n	4,5	9,0	
τ	0,88	0,50	
τ_n	1,09	—	
a	—	—	0,0033
b	—	—	2,14

Используя эти параметры, можно рассчитать ежедневные уровни воды в створе с. Чиндат 1-й по заданным расходам воды в створах с. Бытэв и с. Иля. Для выпуска прогноза необходимо задать способ экстраполяции расходов воды во входных створах на период заблаговременности. Для обоих входных створов экстраполяции осуществляли следующим образом: на подъеме паводка расход воды увеличивали ежедневно на величину, равную приращению расхода воды за предшествующие выпуску прогноза сутки; на спаде — по кривой спада с постоянным коэффициентом, равным для створа с. Бытэв $\beta_1=0,87$, для створа с. Иля $\beta_2=0,75$:

$$\tilde{Q}_{i, t_0+\delta} = Q_{i, t_0+\delta} (Q_{t_0} - Q_{t_0-1}) \text{ при } Q_{i, t_0} - Q_{i, t_0-1} \geq 0,$$

$$\tilde{Q}_{i, t_0+\delta} = \beta_i Q_{i, t_0} \text{ при } Q_{i, t_0} - Q_{i, t_0-1} < 0 \quad (i=1, 2), \quad (2.107)$$

здесь индекс $i=1$ соответствует входному створу с. Бытэв, а $i=2$ — створу с. Иля.

Начальные условия при выпуске прогноза вводили аналогично примеру 2.9, только вместо фактических расходов в замыкающем створе использовали уровни воды.

Объединяя соотношения (2.107), (2.21), (2.88), можно получить окончательное выражение для прогноза:

$$H_{t_0+\delta} = 230 + \left(\frac{1}{a}\right)^{1/b} Q_{p, t_0+\delta}^{1/b} = 230 + 14,44 Q_{p, t_0+\delta}^{0,467}, \quad (2.108)$$

где

$$Q_{p, t_0+\delta} = \sum_{j=1}^{\delta} (\tilde{Q}_{1, t_0+\delta-j+1} p_{1, j} + \tilde{Q}_{2, t_0+\delta-j+1} p_{2, j}) + \\ + \sum_{j=\delta+1}^{15} (Q_{1, t_0+\delta-j+1} p_{1, j} + Q_{2, t_0+\delta-j+1} p_{2, j}) + \Phi_{t_0}(H, \delta);$$

где Q_1 и Q_2 — фактический расход воды в створах с. Бытэв и с. Иля соответственно; p_1 и p_2 — ординаты кривых добегаания для тех же створов; \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 — расходы воды в створах с. Бытэв и с. Иля, полученные в результате экстраполяции по соотношению

(2.107); $\Phi_{t_0}(H, \delta)$ — корректирующий оператор, вычисляемый по выражению (2.97).

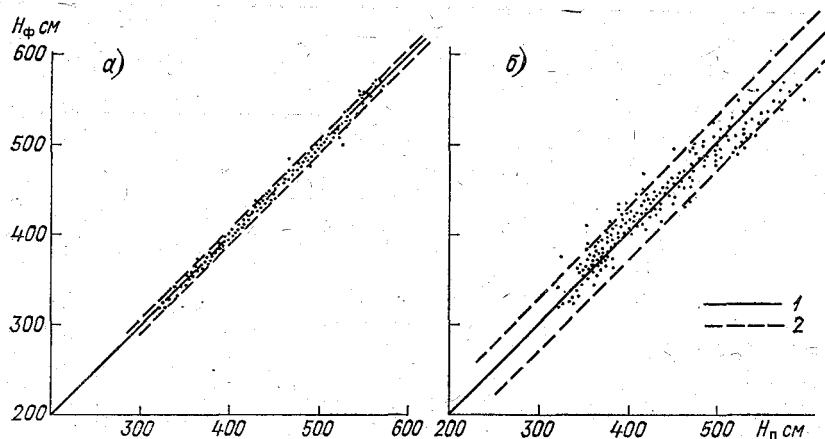


Рис. 2.14. Связь фактических ($H_{\text{ф}}$) и прогностических ($H_{\text{п}}$) уровней воды для р. Онон — с. Чиндат 1-й.

а) заблаговременность 1 сут, б) заблаговременность 4 сут; 1 — линия равных значений, 2 — пределы допустимых ошибок ($0,674 \sigma_{\delta}$).

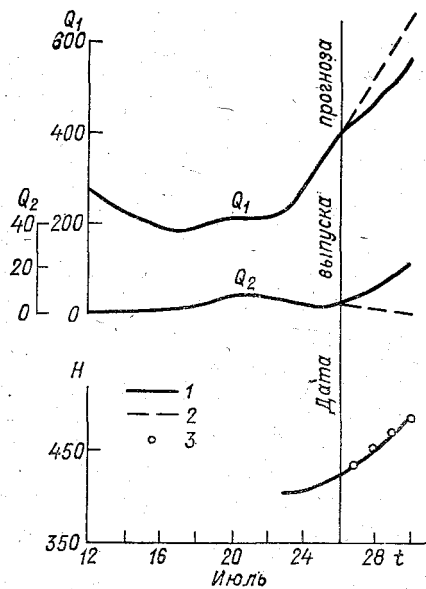


Рис. 2.15. Пример прогноза, составленного 26/VII 1971 г. для р. Онон — с. Чиндат 1-й.

1 — фактические расход и уровень воды; 2 — экстраполированные расходы; 3 — уровни, ожидаемые по прогнозу.

Эта методика позволяет выпускать прогноз ежедневных уровней воды с заблаговременностью до 4 сут. Проверочные прогнозы по 16 годам за период открытого русла показали, что отношение s/σ_{δ} не превышает 0,4 для любой указанной заблаговременности

при значениях s для заблаговременности 1—4 сут, равных 5, 8, 12 и 18 см соответственно.

Как видно на рис. 2.14, связь фактического и прогностического уровня воды (для примера нанесены данные для заблаговременностей 1 и 4 сут) достаточно тесная. Ошибки подавляющего числа прогнозов не выходят за рамки допустимых ($0,674\sigma_0$). Следует подчеркнуть, что большую роль в повышении точности прогноза (особенно для заблаговременности 1 сут) играет текущая корректировка. Без корректировки средняя квадратическая ошибка заметно выше и для заблаговременности 1—4 сут равна 14, 14, 15 и 19 см соответственно.

Для выпуска прогноза в какой-либо момент времени необходимо знать расход воды в створах с. Бытэв и с. Иля за 15 сут до выпуска прогноза, а также уровень воды в с. Чиндат 1-й за 4 сут, предшествующих выпуску прогноза. На рис. 2.15 показан пример прогноза с заблаговременностью 1—4 сут, составленного 26/VII 1971 г. Для наглядности на рис. 2.15 также показаны фактические расход и уровень воды на период заблаговременности, не использовавшиеся в расчетах.

Глава 3. Использование уравнений Сен-Венана для расчета (прогноза) расходов и уровней воды на зарегулированных участках рек

Для крупных зарегулированных рек с большой изменчивостью режима регулирования стока упрощенные методы расчета неустановившегося движения воды могут оказаться неэффективными, особенно если створы, для которых разрабатывается методика прогноза, находятся в зоне переменного подпора. В таких случаях целесообразно использовать уравнения Сен-Венана. Однако непременным условием для использования такого подхода является наличие ЭВМ и необходимого минимума данных наблюдений о расходах и уровнях воды.

Процесс разработки методики в этом случае можно разбить на два этапа:

1) построение разностных аналогов уравнений (1)—(4) и задание соответствующих начальных и граничных условий при численном интегрировании;

2) задание морфометрических (площадь поперечного сечения, ширина) и гидравлических (модуль расхода, коэффициент шероховатости) характеристик русла.

3.1. Численное интегрирование уравнений Сен-Венана

Область решения задачи по длине реки x и времени t заменяем сеточной областью с шагами Δx и Δt (рис. 3.1), а производные — разностными отношениями. Подставив разностные отношения в дифференциальные уравнения (1)–(2), получим разностные

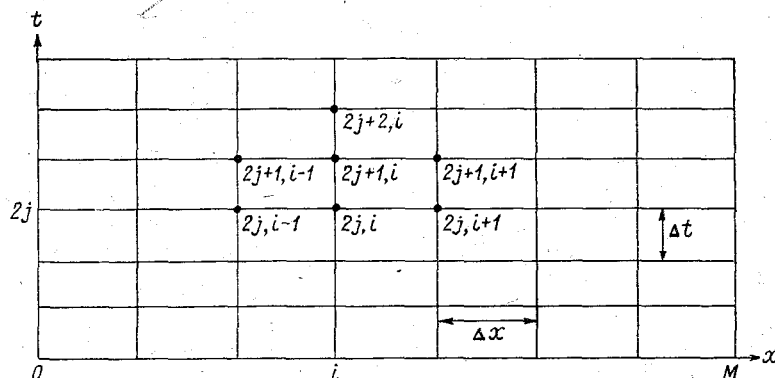


Рис. 3.1. Прямоугольная сеточная область.

алгебраические уравнения. Записав их для каждой точки сетки (i, j) , будем иметь систему алгебраических уравнений. Для решения этой системы используют хорошо разработанные методы, позволяющие найти значения искомых функций (Q, H) в узлах разностной сетки в каждый момент времени t .

Существует множество различных способов записи разностных соотношений, которым соответствуют различные разностные схемы интегрирования уравнений (1)–(2). Подавляющее большинство их получено на прямоугольных разностных сетках (см. рис. 3.1). Основными отличительными признаками разностных схем являются условия устойчивости и точность аппроксимации. Точность аппроксимации схемы оценивают относительно шагов разностной сетки (Δt и Δx). Если остаточные члены разностных соотношений пропорциональны первой степени какого-либо из шагов сетки, говорят, что схема первого порядка точности; если пропорциональны второй степени шагов Δt либо Δx — второго порядка и т. д.

Условия устойчивости принципиально различны для явных и неявных схем. Для всех явных схем, когда разностные уравнения для каждой точки сетки решаются независимо от соответствующих уравнений для других точек, решение будет устойчивым только при соблюдении следующего соотношения между шагами сетки:

$$c \Delta t / \Delta x \leq 1, \quad (3.1)$$

где $c = u + \sqrt{gh}$ — скорость перемещения волны (u — скорость течения, h — средняя глубина потока).

Обычно, исходя из степени изменчивости характеристик русла и кривизны линии уровня воды по длине, выбирают шаг Δx , а Δt находят из соотношения (3.1) при максимально возможном для данной реки значении c . Это условие является существенным ограничением явных схем, так как шаг по времени приходится выбирать значительно меньше, чем того требует точность описания неустановившегося режима. Обычно Δt приходится выбирать равным нескольким минутам, что несоизмеримо с интенсивностью изменения уровней и расходов воды даже при попусках ГЭС.

Такого ограничения лишены неявные схемы, когда для получения значений искомых функций в любой точке сетки необходимо решить систему разностных уравнений, объединяющих все точки сетки. Система разностных уравнений нелинейна, и приходится прибегать к итерационным методам либо к ее линеаризации, что снижает эффективность неявных методов. Следует отметить, что в некоторых неявных схемах может возникать неустойчивость, если не выполнено условие

$$\Delta t \leq \frac{c}{g} \sqrt{\frac{h}{i_y}}. \quad (3.2)$$

Это условие часто оказывается более жестким, чем критерий (3.1), поэтому для некоторых неявных схем приходится выбирать такие же шаги Δt , как и для явных.

Из сказанного следует, что трудно выбрать какую-либо одну разностную схему, превосходящую остальные во всех отношениях. В связи с этим для практического использования в гидрологических прогнозах можно рекомендовать такие схемы, для которых имеются программные средства, включенные в отраслевой фонд алгоритмов и программ (ОФАП), и которые были использованы для краткосрочных прогнозов. К таким схемам можно отнести схему Лакса—Вендрофа, реализованную в методиках прогноза расходов и уровней воды для рек Волги и Иртыша и имеющую соответствующие программные документы в ОФАП (прил. 2.3). В этой схеме использованы следующие разностные отношения (см. рис. 3.1):

— для нечетных шагов по времени

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{y(2j+1, i) - \frac{1}{2}[y(2j, i+1) - y(2j, i-1)]}{\Delta t}, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y(2j, i+1) - y(2j, i-1)}{2\Delta x}; \quad (3.4)$$

— для четных шагов по времени

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{y(2j+2, i) - y(2j, i)}{2\Delta t},$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y(2j+1, i+1) - y(2j+1, i-1)}{2\Delta x}, \quad (3.5)$$

где i, j — номера точек сетки по осям x и t соответственно; y — условное обозначение искомым функций (H, Q). Эта схема имеет первый порядок точности по времени и второй — по расстоянию. Для обеспечения устойчивости необходимо выполнить неравенства (3.1) и (3.2).

Другим важным моментом при численном интегрировании уравнений Сен-Венана является задание начальных и граничных условий. Из свойств системы (1) — (2) следует, что для единственности ее решения необходимо задать две функции в начальный момент времени (начальные значения) и по одному граничному условию во входном и выходном створах. Обычно задают расходы и уровни воды по длине рассматриваемого участка в начальный момент времени:

$$H(0, i) = H_{\phi}(i)|_{t=0}, \quad Q(0, i) = Q_{\phi}(i)|_{t=0} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, M), \quad (3.6)$$

где $H_{\phi}(i)$ и $Q_{\phi}(i)$ — измеренные уровни и расходы воды по длине реки.

Шаг интегрирования по длине обычно значительно меньше (1—10 км), чем расстояния, через которые измеряют уровни и расходы воды. Поэтому для получения значений H_{ϕ} и Q_{ϕ} во всех точках сетки в начальный момент времени их интерполируют в узлы разностной сетки. Измерений расходов воды может быть недостаточно даже для приближенной интерполяции. В этом случае расходы воды в начальный момент времени можно определить по формуле Шези, используя полученные значения уровней $H(0, i)$.

На верхней границе ($i=0$) задают гидрограф либо ход уровней воды; нижнюю границу ($i=M$) выбирают обычно достаточно далеко от источника возмущения, чтобы процесс распластывания попуска (паводка) практически закончился. Тогда в качестве нижней границы можно использовать однозначную кривую расходов:

$$Q(j, M) = f[H(j, M)]. \quad (3.7)$$

Таким образом, решая разностные уравнения одновременно с условиями (3.6) и (3.7) последовательно для каждого момента времени j , будем получать ход расходов и уровней воды в каждой i -й точке рассматриваемого участка. Заблаговременность прогноза увеличивается к нижней границе и для любого створа приближенно может быть оценена по соотношению

$$\delta \approx 0,185 \Delta x / u, \quad (3.8)$$

где δ — заблаговременность в часах при Δx в км, а u в м/с.

Из этого соотношения следует, что при скорости течения 1—2 м/с лишь на расстоянии 130—250 км от верхней границы может быть достигнута суточная заблаговременность, т. е. любые изменения режима во входном створе не будут сказываться в течение суток на этом расстоянии. Практически прогноз дают с заблаговременностью несколько больше указанной, так как обычно используют разумные способы экстраполяции расходов (уровней) воды во входном створе.

3.2. Задание морфометрических и гидравлических характеристик русла

Для решения уравнений (1)—(2) необходимо задать функции $\omega(H, x)$ и $K(H, x)$. По данным фактических измерений их можно определить только для небольшого числа створов (K можно определить только для створов, в которых измеряют расходы воды). В остальные точки разностной сетки значения ω и K интерполируют. Многочисленные расчеты показали, что при таком задании морфометрических и гидравлических характеристик точность расчета неустановившегося движения для реальных рек оказывается недостаточной. В связи с этим приходится корректировать эти характеристики путем визуального сопоставления фактических и рассчитанных гидрографов. Такой подход чрезвычайно трудоемок и требует большого навыка.

Рассмотрим более формализованный подход, основанный на решении обратной задачи. Так как для детального изложения этого подхода необходимо привлечь ряд разделов математического анализа и вычислительной математики, выходящих за рамки настоящего Руководства, остановимся лишь на его основных принципиальных положениях. Более подробное и систематическое описание этого способа можно найти в работах [3, 4].

Будем полагать, что измерения уровней воды достаточно хорошо освещают их распределение по длине, а расходы воды измеряются только во входном и выходном створах. Вместо модуля расхода удобнее искать коэффициент шероховатости n в формуле Шези—Маннинга. Функции $\omega(H, x)$ и $n^2(H, x)$ представляют в виде разложений по полиномам Чебышева:

$$\omega(H, x) = \sum_{s=0}^m D_s(x) \psi_s(H), \quad (3.9)$$

$$n^2(H, x) = \sum_{s=0}^d P_s(x) \psi_s(H), \quad (3.10)$$

где $D_s(x)$, $P_s(x)$ — искомые коэффициенты разложения, $\psi_s(H)$ — полиномы Чебышева s -го порядка.

Соотношения (3.9) и (3.10) подставляют в интегральные уравнения, полученные путем интегрирования дифференциальных уравнений (1) и (2) без инерционных членов. Коэффициенты разложения $D_s(x)$ и $P_s(x)$ находят для N створов, в которых измеряются уровни воды. После замены интегралов суммами получают две системы линейных алгебраических уравнений, соответствующих уравнениям (2) и (1), записанным для M моментов времени:

$$\mathbf{W}\mathbf{D} = \mathbf{\Omega}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{\Phi}\mathbf{P} = \mathbf{V}, \quad (3.12)$$

где \mathbf{D} и \mathbf{P} — векторы искоемых коэффициентов разложения функций $B = \partial\omega/\partial H$ и n^2 длиной mN и $(d+1)N$ соответственно; $\mathbf{\Omega}$ и \mathbf{V} —

векторы правых частей интегральных уравнений, полученных интегрированием уравнений (2) и (1) соответственно, длиной M ; W и Φ — матрицы порядка $M \times mN$ и $M \times (d+1)N$ соответственно, включающие полиномы Чебышева в соответствии с интегральным представлением уравнений (2) и (1). Элементы матриц W и Φ , а также векторов Ω и V вычисляются по фактическим данным измерений об уровнях и расходах воды в выбранные моменты времени. Число моментов времени должно быть не меньше числа искомых коэффициентов разложения D и P . Вначале решают систему (3.11), а затем (3.12), так как при задании матрицы Φ используют коэффициенты разложения D . Если расходы воды заданы во всех створах, в которых измеряют уровни, системы (3.11) и (3.12) могут быть решены независимо.

Для перехода от ширины русла B к площади поперечного сечения необходимо определить коэффициенты разложения $D_0(x)$. Для этого используют данные об отметках дна русла реки $H_0(x)$:

$$D_0(x) = \frac{2}{3} [H_{\min}(x) - H_0(x)] \sum_{s=1}^m D_s(x) \frac{d\psi_s(H_{\min})}{dH} - \sum_{s=1}^m D_s(x) \psi_s(H_{\min}), \quad (3.13)$$

где $H_{\min}(x)$ — минимальные наблюдаемые уровни воды; $D_s(x)$ — коэффициенты разложения, полученные в результате решения системы (3.11).

Это соотношение получено в предположении, что форма русла ниже отметки $H_{\min}(x)$ хорошо аппроксимируется параболой.

Если участок реки достаточно протяженный, а характеристики русла сильно меняются по длине, число коэффициентов разложения может оказаться большим и решение систем (3.11) и (3.12) будут неустойчивыми, т. е. могут получаться физические нереальные результаты, например $\omega(x, H) < 0$ либо $n(x, H) < 0$.

Для получения устойчивых решений используют регуляризирующий алгоритм А. Н. Тихонова, позволяющий найти приближенное решение, стремящееся к точному при стремлении ошибки исходных данных к нулю. В этом случае вместо систем (3.11) и (3.12) решают системы

$$(W^*W + \alpha C)D = W^*\Omega, \quad (3.14)$$

$$(\Phi^*\Phi + \alpha C)P = \Phi^*V, \quad (3.15)$$

где W^* и Φ^* — транспонированные матрицы; C — трехдиагональная квадратная матрица порядка mN , зависящая от расстояний между пунктами измерения уровней воды; α — параметр регуляризации.

Из приведенных соотношений следует, что при $\alpha=0$ получим исходные системы уравнений (3.11) и (3.12). Чем больше ошибки исходных данных и чем хуже рассматриваемая модель описывает

реальный процесс, тем больше будет α и тем более сглаженное решение мы получим. Поэтому необходимо выбрать оптимальное значение этого параметра $\alpha_{\text{опт}}$. В рассматриваемом алгоритме для этого используют неравенство

$$\alpha_{\psi} \leq \alpha_{\text{опт}} \leq \alpha_s \leq \alpha_{\varphi} \leq \alpha_{\mu}, \quad (3.16)$$

где α_{ψ} — локальный максимум функции $\psi(\alpha)$; $\alpha_s, \alpha_{\varphi}$ — локальные минимумы функций $s(\alpha), \varphi(\alpha)$; α_{μ} — минимум последовательности чисел обусловленности матрицы $(W^*W + \alpha C)$ при различных значениях α . Эти функции находят по следующим соотношениям:

$$\psi(\alpha) = \sum^{mN} [W\alpha \, dD/d\alpha - (WD - \Omega)]^2 / \sum^m (WD - \Omega)^2, \quad (3.17)$$

$$s(\alpha) = \sum^{mN} [D(\alpha_{i+1}) - D(\alpha_i)]^2, \quad (3.18)$$

$$\varphi(\alpha) = \sum^{mN} (\alpha \, dD/d\alpha)^2. \quad (3.19)$$

Здесь приведены функции для системы (3.14). Для системы (3.15) их получают аналогично.

Поведение функций $\psi(\alpha), s(\alpha), \varphi(\alpha)$ прежде всего зависит от частоты измерения уровней воды по длине и по времени. Чем меньше выражен неустановившийся режим, тем больший интервал дискретности (порядка нескольких суток) по времени нужно выбирать. При больших перепадах уровней между створами, ограничиваемыми рассматриваемый участок, лучше пользоваться не уровнями воды, а значениями глубины.

При выборе оптимальной степени полиномов для функции $F(x, H)$ используют уравнение баланса на участке:

$$Q_p(j, M) = Q(j, 0) - \sum_{l=1}^M \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{s=0}^m D_s(x_l) \psi_s(H_l) \right] (x_{l+1} - x_l). \quad (3.20)$$

Выбирают значение $m_{\text{опт}}$, которому соответствует минимальное отклонение расходов воды в выходном створе ($Q_p(j, M)$), рассчитанных по соотношению (3.20) при различных значениях m , от фактических. Функция $n(H, x)$ значительно меньше чувствительна к изменению степени полинома d , поэтому значение $d_{\text{опт}}$ можно принимать равным 1 либо 2.

Рассмотренный алгоритм определения функций $\omega(H, x)$ и $n^2(H, x)$ реализован в виде пакета программ для ЭВМ и включен в ОФАП. Краткое описание программы дано в прил. 2.2.

Пример 3.1. Расчет (прогноз) расходов и уровней воды в разветвленной системе русел Нижней Волги с использованием одномерной модели неустановившегося движения воды.

Рассмотрим участок р. Волги ниже Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС. Из-за пусков ГЭС и ввода в эксплуатацию в 3 км ниже вершины дельты волжского вододелителя

условия естественного распределения воды между восточной и западной частями дельты существенно нарушаются. Практически все модели с сосредоточенными параметрами, использующиеся для расчетов неустановившегося движения воды, не в состоянии учесть явление кратковременного переменного подпора, возникающего выше вершины дельты в период работы вододелителя.

На рис. 3.2 представлена принятая схематизация рассматриваемой системы с одним входом, одной вершиной и двумя выходами.

Для разработки численного метода прогноза водного режима воспользуемся программным обеспечением (прил. 2.2 и 2.3), разработанным в соответствии с изложенным в этой главе алгоритмом. При этом необходимо последовательно решить три задачи.

1. Определение морфометрических характеристик русла для каждого участка. В соответствии с компонентом MORSIN программного комплекса (прил. 2.2) необходимо подготовить следующие исходные данные:

— ежедневные уровни воды в период открытого русла: для девяти постов 2-го расчетного участка; для четырех постов 1-го расчетного участка и для трех постов 3-го расчетного участка;

— ежедневные расходы воды в период открытого русла для Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС и Верхнелебяжьего, для оси вододелителя, Астрахани, Сенопункта и Красного Яра (информацию выбирают за годы с наибольшей амплитудой колебания уровней и расходов воды на всех участках и лучшей освещенностью данными измерений. Расчеты ведут для каждого участка независимо, поэтому для каждого из них могут быть использованы данные за различные годы. В частности, в данном случае для 2-го участка использованы данные за 1970 г., а для двух других — за 1974 г. Расходы воды для Астрахани и Красного Яра восстановлены по кривым расходов воды, построенным за другие годы);

— отметки дна для всех постов по длине трех расчетных участков;

— расстояние от входных створов до всех постов.

После этого задаем ряд степеней полиномов, аппроксимирующих функцию $\omega(H, x)$, и для каждой степени определяем коэффициенты разложения и отклонение рассчитанных по соотношению (3.20) расходов воды в выходном створе от фактических. Окончательно выбираем ту степень полинома ($m_{\text{опт}}$), для которой это отклонение минимально. Для рассматриваемых трех участков $m_{\text{опт}}$ соответственно равно 4, 6, 4.

Полученные при этих значениях $m_{\text{опт}}$ коэффициенты разложения используем для расчета ширины и площади поперечного сечения русла на постах в зависимости от глубины либо от уровня воды.

2. Определение гидравлических характеристик русла. В этом случае используем компонент программы HYDRSIN (прил. 2.2). Помимо исходных данных, перечисленных при определении морфометрических характеристик русла, здесь используем коэффициенты разложения этих характеристик, полученные при $m_{\text{опт}}$.

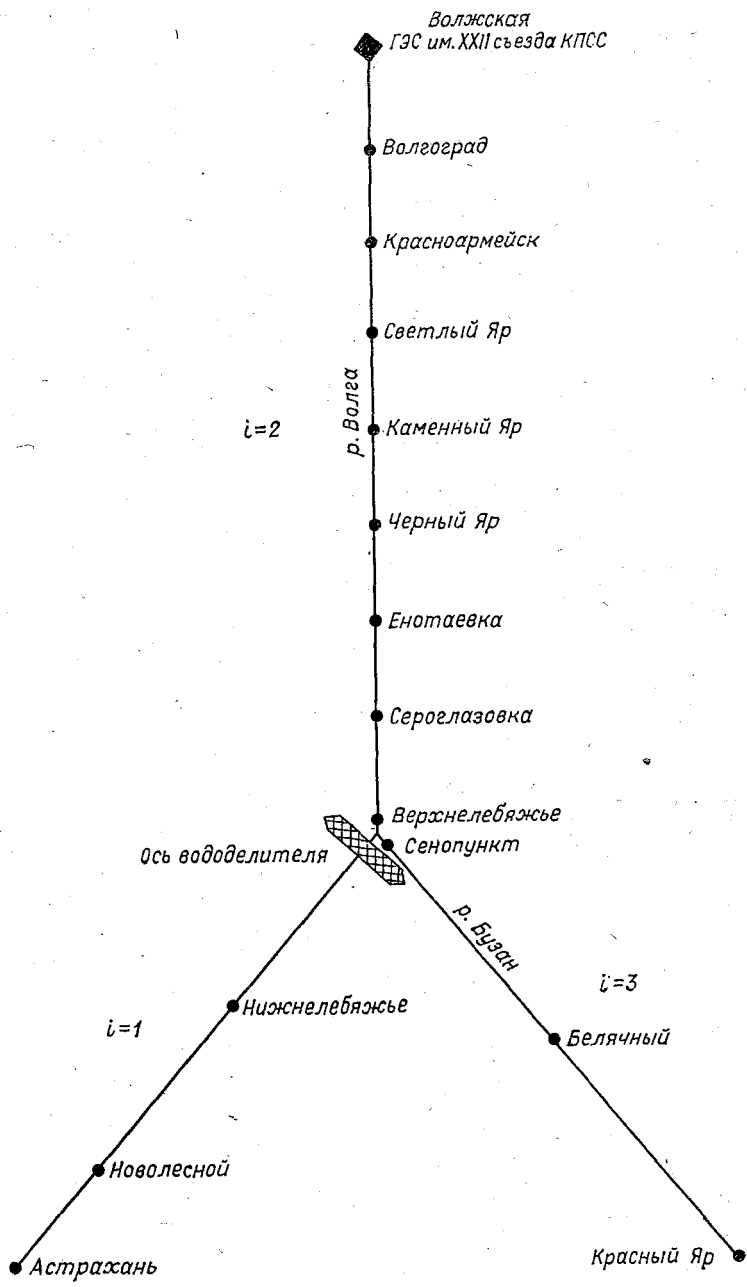


Рис. 3.2. Принятая схема типизации системы разветвленных речных русел Нижней Волги.

Как отмечалось в п. 3.2, коэффициенты разложения гидравлических характеристик русла можно определить только при одной степени полинома ($d_{\text{опт}}$). Для всех рассматриваемых участков $d_{\text{опт}} = 2$.

В результате расчета на ЭВМ получаем коэффициенты разложения функции $n^2(H, x)$, по которым определяем коэффициенты шероховатости и модули расходов воды в створах постов для заданного диапазона изменения уровней воды.

3. Прогноз расходов и уровней воды по длине участков по заданному графику расходов воды в створе ГЭС. Расчеты ведем по программе (прил. 2.3). Большая часть исходных данных не меняется от прогноза к прогнозу. Сюда можно отнести:

— полученные ранее функции $B(H, x)$, $\omega(H, x)$, $k(H, x)$ для всех постов (эти характеристики задают в виде таблиц с постоянным шагом по уровню воды, равным 0,5 м);

— кривые расходов воды для створов Астрахань и Красный Яр;

— нули графиков всех постов;

— расстояния от входных створов каждого участка до поста, в котором заданы характеристики русла;

— шаги интегрирования по времени Δt и по расстоянию Δx (шаги интегрирования по расстоянию должны быть равны величине $L_i/(N_i-1)$, где L_i — длина i -го расчетного участка, м; N_i — число узлов конечно-разностной сетки на i -м участке). В нашем случае $\Delta t = 180$ с; $\Delta x_1 = 3833,33$ м; $\Delta x_2 = 5600$ м; $\Delta x_3 = 4650$ м.

При каждом выпуске прогноза необходимы также:

— уровни воды на момент выпуска прогноза для всех постов (в сантиметрах над нулем графика). Если по некоторым из них информация отсутствует, необходимые начальные значения уровней рассчитывают путем линейной интерполяции между ближайшими створами, где имеются измеренные значения;

— заданный график расходов воды во входном створе (Волжская ГЭС им. XXII съезда КПСС) с суточным интервалом времени на весь период прогноза;

— уровни воды с суточным интервалом времени, характеризующие режим работы вододелиителя на период прогноза. Эти данные необходимы только при регулировании стока вододелиителя.

Для корректировки прогноза используют кривые связи фактических и рассчитанных уровней воды для всех постов. Эти зависимости устанавливают путем проведения проверочных расчетов на архивных материалах.

В результате расчета на ЭВМ получаем расходы и уровни воды во всех интересующих пунктах по длине реки в заданные моменты времени. Уровни воды рассчитываем в двух вариантах: с корректировкой и без корректировки.

Программа может быть использована для решения двух задач: выбора оптимального графика попусков Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС с учетом и без учета регулирования стока

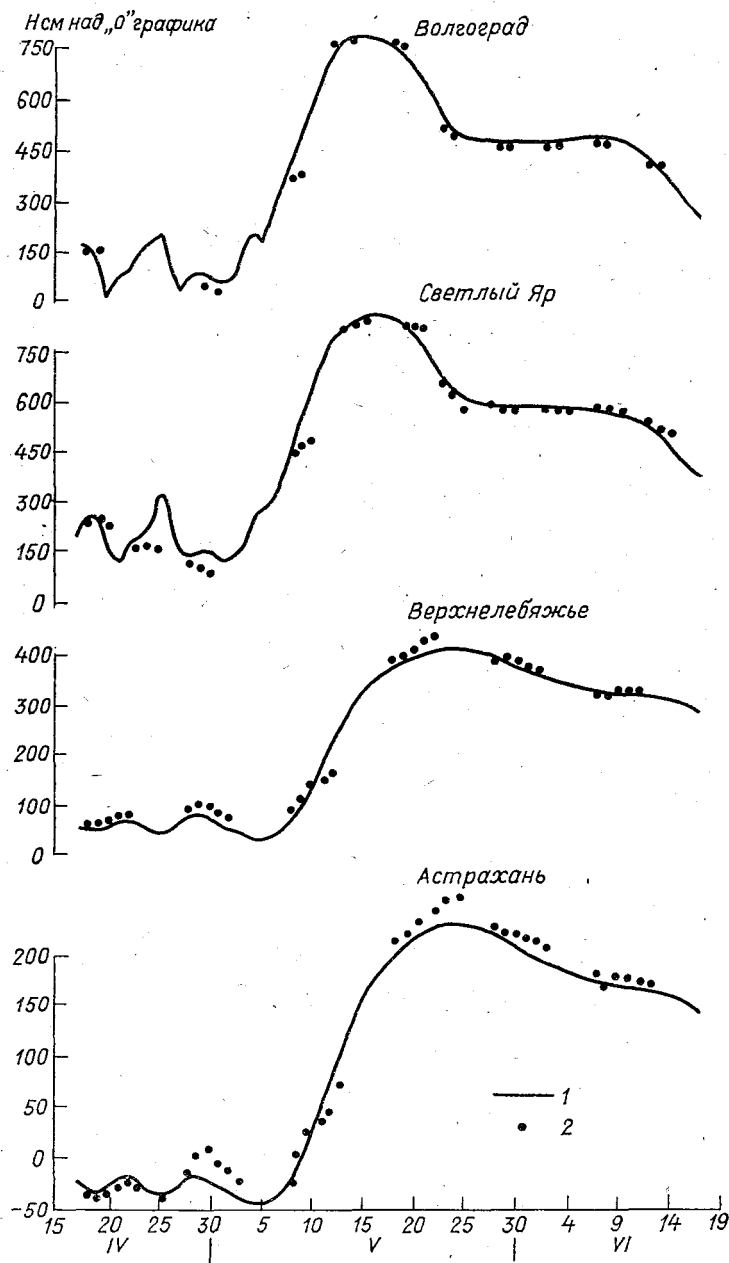


Рис. 3.3. Фактические (1) и рассчитанные (2) с разной заблаговременностью уровни воды р. Волги за 1980 г.

Заблаговременность 2 сут — Волгоград, 3 сут — Светлый Яр, 5 сут — Верхнелебяжье, 6 сут — Астрахань.

вододелителем и прогноза уровней и расходов воды на рассматриваемых участках по заданному графику попусков или краткосрочным прогнозам.

В первом случае выполняют многократные расчеты при различных графиках попусков и различных режимах регулирования стока вододелителем. На основе анализа полученных результатов выбирают оптимальный с точки зрения народного хозяйства вариант графика попусков и регулирования стока вододелителем. Расчет в этом случае проводят на длительный период времени (от одного до двух месяцев). Начальные значения расходов и уровней воды при этом практически не влияют на результаты расчетов.

При выпуске краткосрочных прогнозов начальный режим играет большую роль. Поэтому для повышения точности расчетов необходимо постоянно учитывать информацию о распределении уровней воды по длине реки. На рис. 3.3 приведены результаты серии краткосрочных прогнозов уровней воды в 1980 г.

Часть II

ПРОГНОЗ ЕЖЕДНЕВНЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ ДЛЯ НЕБОЛЬШИХ ВОДОСБОРОВ

В этой части рассмотрены схемы прогноза, основанные на использовании данных об осадках и интенсивности снеготаяния. Во всех практических схемах прогноза данные об осадках и снежном покрове рассматриваются как осредненные каким-либо способом по водосбору. Это обстоятельство накладывает ограничения на размер водосбора, для которого могут быть разработаны такие методы прогноза: среднее количество осадков и характеристики снежного покрова должны быть достаточно репрезентативными для всего водосбора. Опыт показывает, что оптимальным размером водосбора для использования таких подходов является 5—10 тыс. км².

Для водосбора таких размеров время добегания до замыкающего створа мало, поэтому естественная (основанная только на инерционности процессов стекания) заблаговременность прогноза в этом случае незначительна и для небольших горных рек может составлять несколько часов. При существующих способах сбора и передачи оперативной информации расчетный интервал времени трудно принять меньше 12 ч. В связи с этим для получения прогноза даже небольшой заблаговременности (0,5—1 сут) в большинстве случаев необходимо использовать прогноз осадков, а в период формирования весеннего половодья и прогноз температуры воздуха. Естественно, что в этом случае ошибка прогноза расходов воды будет зависеть и от точности метеорологических прогнозов. Оперативная практика показала, что прогноз температуры воздуха на 3—5 сут может быть с успехом использован при расчетах интенсивности снеготаяния. Количественные прогнозы осадков пока недостаточно надежны и при прогнозе паводков могут быть использованы лишь как грубые оценки с небольшой заблаговременностью (до суток). Поэтому прогнозы дождевых паводков необходимо непрерывно уточнять при получении новых данных об осадках.

Глава 4. Процессы формирования речного стока и их характеристики

К основным процессам, определяющим формирование стока в речном бассейне, относятся:

- 1) поступление воды на поверхность почвы;
- 2) потери дождевых и талых вод;
- 3) стекание воды по склонам и руслам рек.

Детальность учета этих процессов для различных методов прогноза различна и зависит от имеющейся информации и особенностей формирования стока в той или иной физико-географической зоне.

4.1. Уравнение водного баланса для небольших интервалов времени

Явно или неявно во всех методах этой главы использовано уравнение водного баланса для элементов склона:

$$dW/dt = h_{в} - q - E - q_{г} - q_{н}, \quad (4.1)$$

где W — запас поглощенной и задержанной воды в выделенном слое почвы; $h_{в}$ — количество поступившей воды на поверхность почвы; E — суммарное испарение; $q_{г}$ — внутрипочвенный сток; $q_{н}$ — отток влаги в нижележащий слой почвы; q — поверхностный сток. При переходе к водосбору составляющие баланса осредняют по площади.

В уравнение (4.1) явно не входит составляющая потерь на впитывание в почву. Однако любое соотношение для расчета поверхностного стока включает в себя эту составляющую. Для решения уравнения (4.1) необходимо задать зависимости для определения всех составляющих, входящих в правую часть. Для этой цели обычно используют эмпирические зависимости либо различные графические связи, которые приведены при рассмотрении соответствующих методов прогноза. Здесь дадим общую характеристику составляющих баланса.

Поступление воды на поверхность почвы. Характеристикой поступления воды на поверхность почвы является средний по площади слой жидких осадков или талой воды за расчетную единицу времени.

Точность определения среднего слоя жидких и твердых осадков зависит от плотности и равномерности размещения осадкомерных или снегомерных пунктов в бассейне, а также от степени неравномерности распределения осадков по территории. Чем равномернее распределена наблюдательная сеть (при одной и той же плотности), тем более простые способы могут быть применены для определения среднего слоя осадков. Неравномерность распределения осадков оказывает тем большее влияние на точность определения их среднего значения, чем неравномернее распределена сеть или чем она реже.

Наиболее простым приемом является использование среднего арифметического значения осадков из показаний всех пунктов наблюдений на данном водосборе. При недостаточном числе измерений в данном бассейне могут быть привлечены пункты, расположенные вблизи водосбора. Этот способ можно применять, когда сеть станций более или менее равномерна по территории. Иногда при использовании такого подхода целесообразно группи-

ровать пункты измерений по принципу близкого их расположения друг к другу. В этом случае сначала определяют средние арифметические значения для каждой группы, а затем среднее из всех групп:

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} P_{i,j}, \quad (4.2)$$

где $P_{i,j}$ — осадки по j -й станции, отнесенной к i -й группе; n_i — число станций, отнесенных к i -й группе; N — число групп.

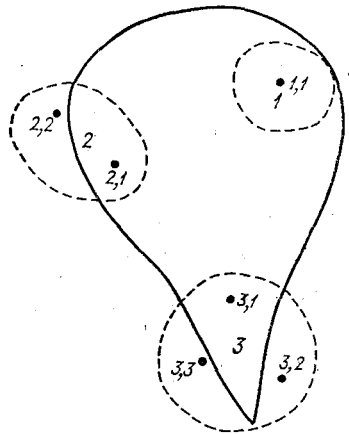


Рис. 4.1. Схема разделения станций на группы.

1, 2, 3 — номера выделенных групп, у точек — номер станции.

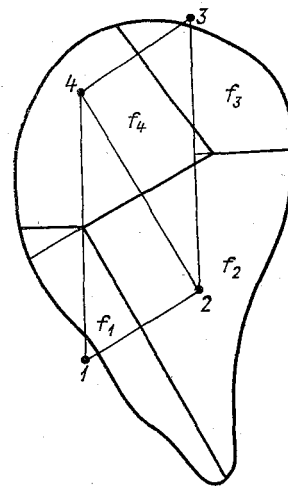


Рис. 4.2. Схема определения весовых коэффициентов по методу Тиссена.

1—4 — номер станции; f_i — площадь, тяготеющая к i -й станции.

На рис. 4.1 показана схема объединения дождемеров в группы. В этом примере зависимость для расчета среднего слоя осадков следующая:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{3} \left[P_{1,1} + \frac{1}{2} (P_{2,1} + P_{2,2}) + \frac{1}{3} (P_{3,1} + P_{3,2} + P_{3,3}) \right] = \\ &= \frac{1}{3} P_{1,1} + \frac{1}{6} P_{2,1} + \frac{1}{6} P_{2,2} + \frac{1}{9} P_{3,1} + \frac{1}{9} P_{3,2} + \frac{1}{9} P_{3,3}. \end{aligned}$$

Если станции распределены неравномерно, лучше использовать метод взвешивания (Тиссена). Все наблюдательные пункты на карте бассейна соединяют прямыми линиями; из середины каждой из них проводят перпендикуляры (рис. 4.2). Последние вокруг каждой станции образуют многоугольники, площади которых определяют в долях общей площади бассейна. Эти отношения и

являются коэффициентами при суммах осадков по станциям. Средние для водосбора осадки вычисляются по выражению

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^N k_i P_i, \quad (4.3)$$

где $k_i = f_i/F$ (f_i — площадь, тяготеющая к i -й станции, F — общая площадь водосбора); N — число станций.

Коэффициенты k_i являются постоянными при постоянной сети станций. При составлении прогноза могут быть случаи, когда от ряда постов информация не поступит. Тогда необходимо уточнить эти коэффициенты с учетом только тех пунктов, с которых поступила информация.

Наиболее надежным способом вычисления среднего слоя осадков, позволяющим учитывать неравномерность их выпадения и неравномерность наблюдательной сети, является способ изогнет — линий равных значений осадков, проведенных на карте бассейна. Средний слой осадков в данном случае вычисляют как сумму произведений среднего слоя осадков между двумя соседними изогнетами на соответствующие площади между изогнетами, выраженные в долях общей площади бассейна. Достоинством этого подхода является то, что он позволяет учесть физико-географические особенности при проведении изогнет. Однако при выпуске краткосрочных прогнозов стока способ изогнет очень трудоемок, так как в этом случае приходится строить карты изогнет для каждого момента времени.

При расчете гидрографа талого стока помимо получения средней характеристики запаса воды в снеге на водосборе необходимо рассчитывать слой стаивания снега за расчетный интервал времени. Основой для расчета интенсивности снеготаяния служит уравнение теплового баланса. Для практических расчетов на основе этого уравнения получены приближенные зависимости. В гидрологических прогнозах часто используют простой прием расчета, основанный на данных о температуре воздуха, которую, как правило, прогнозируют на несколько суток. Предполагается, что слой стаявшей воды за рассматриваемый интервал времени (как правило, сутки) пропорционален средней за это время температуре воздуха:

$$h_T = aT, \quad (4.4)$$

где a — коэффициент стаивания, обычно выражается в мм/(сут·°C); T — средняя температура воздуха.

Предполагается также, что таяние происходит только при положительной температуре воздуха; при отрицательной температуре $h_T = 0$.

Уравнение (4.4) обычно лучше выполняется для лесных участков и для районов с многоснежными зимами, примерно для территории к северу от 54—55° широты.

Рассчитанная каким-либо способом интенсивность снеготаяния еще не является поступлением воды на поверхность почвы. Вскоре

после начала таяния часть бассейна начинает освобождаться от снега и дальнейшее его таяние происходит на все меньшей и меньшей площади и поступление талой воды по мере схода снега также уменьшается. Следовательно, в каждый момент расчета интенсивности снеготаяния необходимо знать часть площади, на которой снег уже сошел (f_c). Тогда средний для всего водосбора слой стаявшей воды (приведенная интенсивность снеготаяния)

$$h_n = h_T(1 - f_c). \quad (4.5)$$

Для определения площадей схода снега обычно строят кривые распределения снежного покрова по бассейну. Анализ эмпириче-

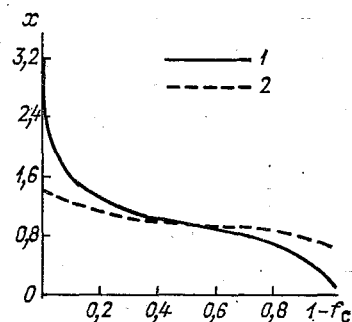


Рис. 4.3. Интегральные кривые распределения запасов воды в снежном покрове.

1 — на открытой местности, 2 — в хвойном лесу.

ских кривых распределения за разные годы показал, что запас воды в снеге в каждой точке лучше выражать в долях среднего запаса по водосбору. В этом случае приемлемым приближением этой кривой является гамма-распределение:

$$f_c(x_T) = \int_0^{x_T} \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\alpha x) \alpha x, \quad (4.6)$$

где $x = S/\bar{S}$ — запас воды в снеге, выраженный в долях среднего запаса по водосбору; x_T — общий слой стаявания к данному моменту расчета; $\alpha = 1/C_v^2$ (C_v — коэффициент вариации запаса воды в снежном покрове).

Общий вид этой кривой показан на рис. 4.3.

Кривые распределения снежного покрова, выраженные в долях среднего запаса воды, в общем достаточно устойчивы. Это позволило В. Д. Комарову построить типовую кривую распределения для степной и лесостепной (исключая леса) зон европейской части СССР, аппроксимируемую выражением (4.6) с α , вычисленным при $c_v = 0,45$.

В лесу ветровой перенос очень ослаблен и снег залегает более равномерно. Неравномерность залегания в этом случае в основном обусловлена пространственной неравномерностью лесного полога. Так, для хвойного леса полнотой 0,7—0,8 коэффициент вариации запаса воды в снежном покрове можно принять равным 0,3

($\alpha=11$), а для лиственного леса — равным 0,15—0,20 ($\alpha=45 \dots 25$).

В горах запас воды в снежном покрове закономерно меняется с высотой. Поэтому для гор неравномерность залегания снежного покрова необходимо рассматривать для каждой зоны с разностью отметок 200—400 м.

Другим важным фактором, регулирующим поступление талой воды на поверхность почвы, является способность снежного покрова удерживать часть талой воды. Водоудерживающая способность снега γ зависит в основном от его структуры, главными показателями которой являются размер частиц льда и плотность снега: чем более мелкозернистый снег, тем больше его водоудерживающая способность. При влажности снега, равной водоудерживающей способности, часть задержанной воды постепенно сбрасывается в процессе таяния. В практических расчетах обычно используют довольно простой прием учета водоудерживающей способности снега.

До тех пор, пока слой стаявшей воды не достигнет значения γS (S — запас воды в снеге), поступление воды на поверхность почвы принимают равным нулю, после чего его рассчитывают по соотношению

$$h_b = h_n / (1 - \gamma). \quad (4.7)$$

Вскоре после начала таяния снег становится среднезернистым и таким обычно остается почти до конца таяния. Водоудерживающую способность такого снега можно принимать равной 0,13. Тогда при влажности снега, равной водоудерживающей способности, поступление воды на поверхность почвы

$$h_b = 1,15h_n.$$

Процессы снегонакопления и таяния в поле и в лесу существенно различаются. Поэтому в бассейнах, где есть площади, занятые лесом, поступление воды на поверхность почвы необходимо рассчитывать отдельно для полевых и залесенных площадей. Суточный слой поступления для всего водосбора определяется как средневзвешенная подача воды на полевую ($h_{в, п}$) и лесную ($h_{в, л}$) части бассейна:

$$h_b = (1 - \beta) h_{в, п} + \beta h_{в, л}, \quad (4.8)$$

где β — коэффициент лесистости бассейна.

Потери дождевых и талых вод. Потери дождевых и талых вод определяются главным образом расходом воды на впитывание в почву и испарение. Потери стока на испарение во время дождей или снеготаяния, как правило, не имеют решающего значения, и поэтому в большинстве случаев их исключают из уравнения водного баланса. Однако в межпаводочные периоды испарение может оказывать решающую роль на режим влажности почвы и, следовательно, определять будущие потери на впитывание. В связи с этим при определении предпаводочных характеристик

увлажнения (индекса увлажнения) почвы прямо или косвенно приходится учитывать потери на испарение.

Наиболее важной и сложной для расчета является составляющая потерь на впитывание. Экспериментальные исследования показывают, что в начальный момент выпадения дождя впитывается практически вся вода. Длительность этой фазы зависит от начальной влажности почвы и интенсивности дождя. Затем, по мере выпадения дождя, скорость впитывания резко уменьшается и достигает относительно постоянного значения. Приближенно эту зависимость можно описать следующим уравнением (кривая инфильтрации):

$$I = i_0 + A/\sqrt{t}, \quad (4.9)$$

где I — интенсивность впитывания; i_0 — коэффициент фильтрации, т. е. интенсивность впитывания насыщенной почвой; t — время; A — параметр.

При выпуске оперативных прогнозов паводков кривые инфильтрации могут быть использованы только в тех случаях, когда данные об осадках поступают через 1—3 ч. Такая информация, как правило, отсутствует. Поэтому в практике прогноза паводков используют различные эмпирические зависимости, интегрально учитывающие водопоглощительные свойства почвы. Чаще строят графические связи, которые включают в себя характеристики предшествующей влажности почвы, сумму осадков, их продолжительность и др. Примеры таких связей даны в следующей главе.

Потери талой воды в почву во время весеннего снеготаяния имеют ряд особенностей. Существенное влияние в этом случае оказывает льдистость почвы к началу снеготаяния. Чем больше льдистость, тем ниже водопроницаемость мерзлой почвы и тем больше отличие от поглощения талой почвой. Обычно льдистость характеризуется запасом замерзшей в почве влаги. Второй особенностью является возможность образования практически водонепроницаемых слоев за счет замерзания части талой воды, проникшей в почву в начальный период снеготаяния.

Для учета этих особенностей в практике чаще всего используют глубину промерзания. Причем ее влияние проявляется двояко при большей глубине промерзания: во-первых, ниже температура почвы и, следовательно, сильнее льдообразование при проникновении в ее поры талой воды и, во-вторых, меньше суммарная площадь участков, где почва слабо промерзла или осталась талой. На рис. 4.4 показано типичное изменение доли площади, где глубина промерзания почвы перед началом снеготаяния меньше 15 см, в зависимости от средней для бассейна глубины промерзания почвы в это же время.

Опыт показывает, что колебания глубины промерзания почвы особенно сильно влияют на инфильтрацию талых вод в степной и лесостепной зонах, где почвы более структурны. Для лесных же почв колебания глубины промерзания не вызывают весьма существенного изменения потерь воды на инфильтрацию, поскольку для

них характерно наличие крупных некапиллярных пор, сохраняющихся при промерзании даже влажной почвы.

Следует также отметить, что влияние глубины промерзания и влияние льдистости почвы на инфильтрацию талых вод взаимосвязаны. При высокой влажности почвы влияние глубины промерзания проявляется значительно сильнее, чем при сухой почве. Так, для черноземных почв, если они сухие, промерзание практически не сказывается на инфильтрационной способности.

Помимо расходования впитавшейся в почву воды на испарение часть ее сбрасывается в нижележащий слой (q_n , обычно рассмат-

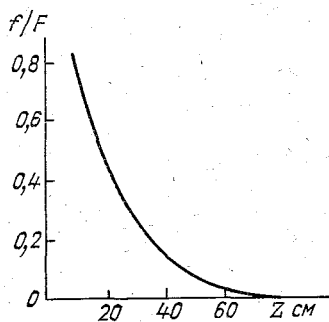


Рис. 4.4. Изменение доли площади с глубиной промерзания почвы перед началом снеготаяния меньше 15 см в зависимости от средней глубины промерзания почвы на полях в это же время.

ривается слой почвы толщиной 50—100 см), а часть сбрасывается в реки по промежуточным водоупорам в почве (q_I). Роль этих составляющих в формировании паводков сильно зависит от физико-географических и климатических условий. Внутрипочвенный сток, как правило, играет значительно большую роль в формировании паводков в лесной зоне и в горных условиях. Так, при формировании весеннего половодья в лесной зоне он может составлять 30—40 % общего стока. Для дождевых паводков роль внутрипочвенного стока заметно меньше. Однако в районах с муссонным климатом внутрипочвенный сток может оказывать также существенное влияние на гидрограф паводка.

При анализе фактических гидрографов довольно трудно отделить внутрипочвенный сток от поверхностного. В связи с этим в практических схемах прогноза поверхностный и почвенный сток рассматривают, как правило, вместе. Явно учитывается почвенная составляющая лишь при использовании математических моделей стока.

Отток влаги в нижележащий слой почвы может оказывать заметное влияние лишь на продолжительные паводки, длящиеся месяц и более. В практических схемах эта составляющая баланса явно не учитывается. Чаще полагают, что она пропорциональна поступлению на поверхность почвы.

Стеkanie воды в речных бассейнах. Сформировавшийся поверхностный сток, прежде чем достичь замыкающего створа, проходит по склонам, а затем по оврагам и руслам рек.

В результате общая продолжительность добегания единичного объема воды до рассматриваемого створа складывается из времени перемещения по склонам и руслам.

При стекании по склонам часть воды задерживается в различных бессточных углублениях. Большая часть этой воды не участвует в стоке замыкающего створа. Для учета количества задержанной воды в понижениях рельефа используют кривые распределения поверхностной вместимости бассейна. В соответствии с ними поверхностный сток формируется только на тех участках водосбора, для которых количество задержанной воды меньше водоотдачи q . Аккумуляция паводочного стока в бессточных углублениях в бассейнах с относительно пересеченным рельефом обычно невелика (около нескольких миллиметров), но достигает десятков миллиметров в бассейнах с преобладанием пониженных форм рельефа.

Наблюдения за процессом склонового стекания показывают, что общее время склонового стекания часто во много раз превышает продолжительность стекания в мелкой речной сети. Поэтому учет процессов, происходящих на водосборе, позволяет увеличить заблаговременность прогноза стока.

Продолжительность стекания воды к замыкающему створу зависит от характера и протяженности склонов и русловой сети, их уклонов. В связи с этим она сильно меняется: от нескольких часов для малых горных рек до десятков суток для крупных равнинных рек. Собственно, эта продолжительность во многом и определяет заблаговременность прогноза.

Стеkanie воды, поступившей на водосбор за единицу времени, происходит в течение некоторого времени, называемого максимальным временем добегания притока воды в речную сеть. Как и для участка реки, для водосбора можно построить кривую добегания притока воды в речную сеть. Так как на практике трудно определить график притока воды в русловую сеть, чаще строят общую кривую добегания по склонам и руслам до замыкающего створа. Способы построения этой кривой во многом аналогичны рассмотренным в предыдущей части. Некоторые другие подходы рассмотрены в гл. 5.

Характер добегания внутрипочвенного стока к русловой сети изучен значительно хуже. В практических расчетах чаще используют те же подходы, что и для трансформации поверхностного стока.

4.2. Математические модели для гидрологических прогнозов

Как явствует из изложенного выше, формирование дождевого и талого стока представляет собой чрезвычайно сложный многофакторный процесс, обусловленный взаимодействием большого числа элементарных процессов. Многочисленные экспериментальные

исследования посвящены изучению отдельных процессов стокообразования на водосборе, так как организовать надежные прямые измерения всех составляющих баланса по коротким временным интервалам удается только для небольших площадок. В связи с этим важную роль в описании взаимодействия всех процессов стокообразования с появлением ЭВМ приобрело математическое моделирование, направленное на расчет гидрографа стока.

Под математической моделью понимается совокупность математических и логических соотношений, которые на основе данных гидрометеорологических наблюдений позволяют рассчитать различные элементы гидрологического режима, в частности гидрограф стока. При построении математических моделей формирования стока используют как общие теоретические представления о процессе стокообразования (законы сохранения массы и энергии), так и эмпирически установленные соотношения, используемые для описания отдельных процессов.

Практически все модели, реализованные для задач прогноза стока, пренебрегают детализацией стокообразования на отдельных участках и оперируют с некоторыми интегральными для всего водосбора характеристиками. Это так называемые модели с сосредоточенными параметрами. Такие модели включают в себя ряд параметров, интегрально характеризующих особенности рассматриваемого водосбора в среднем. Некоторые из этих параметров учитывают влияние различных зональных факторов стокообразования и слабо меняются для водосборов, находящихся в пределах одной зоны. Другие параметры отражают влияние локальных особенностей формирования стока и могут существенно различаться для водосборов, находящихся даже в пределах одной зоны. Поэтому успешность использования модели для конкретного водосбора во многом зависит от надежности определения параметров модели, отражающих как зональные условия стокообразования, так и локальные особенности водосбора.

Точность определения параметров модели зависит от точности, репрезентативности и объема исходной информации. Чем ниже точность и меньше объем данных, тем проще должна быть модель. В связи с этим практически каждая модель явно либо неявно включает в себя более простые подмодели, содержащие меньшее число параметров, чем полная модель. В процессе определения параметров выбирают лучшую подмодель для данного водосбора и данного состава исходных данных. Для определения параметров обычно используют методы оптимизации, позволяющие найти приближенные оценки параметров, при которых получают наилучшее соответствие фактических и рассчитанных гидрографов. В общем виде любая процедура оптимизации заключается в итерационном переборе различных значений параметров, начиная с некоторых начальных их значений.

Выбор новых значений параметров основан на анализе заданной некоторым образом ошибки расчета гидрографа стока. Чаще всего используют среднюю квадратическую ошибку расчета либо

сумму квадратов погрешностей (критерий качества). Изменение параметров происходит до тех пор, пока критерий качества не приблизится к минимальному значению. Чем больше оптимизируется параметров, тем сложнее поведение этой ошибки при изменении параметров и тем сложнее поиск минимума этой ошибки.

На рис. 4.5 показаны линии равных значений критерия качества в зависимости от двух параметров. Очевидно, что в этом случае оптимальные значения параметров будут лежать на пересечении перпендикуляров, проходящих через точку с минимальным критерием качества (точка A), с осями координат.

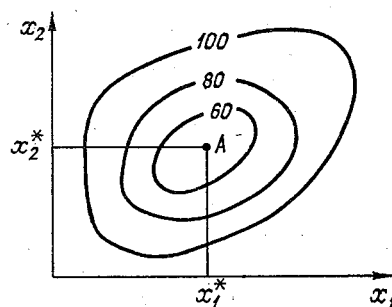


Рис. 4.5. Топография критерия качества.

A — точка, соответствующая минимальному значению критерия; x_1^* , x_2^* — оптимальные значения параметров.

Процесс определения параметров с помощью методов оптимизации позволяет достаточно быстро с помощью ЭВМ найти «оптимальные» оценки параметров. Однако следует иметь в виду, что как всякий формализованный подход он не лишен недостатков. Так, окончательные оценки параметров могут зависеть от заданных начальных значений параметров, а при слабом влиянии какого-либо процесса часть параметров может принимать нереальные значения. В связи с этим необходимо осуществлять физический анализ полученных «оптимальных» параметров и при необходимости многократно повторять процедуру оптимизации при различных начальных значениях параметров для различных групп паводков (половодий) и модификаций модели. Для уменьшения вероятности попадания в «ложные» минимумы необходимо задавать возможные пределы изменения параметров исходя из физических соображений и имеющихся экспериментальных данных.

В настоящее время имеется большое число математических моделей, описывающих формирование речного стока с разной степенью детальности. Особенностью моделей является то, что при их разработке и применении необходим большой объем данных, которые трудно обобщить и обработать вручную. Поэтому широкое использование моделей в оперативной практике тесно связано с автоматизацией сбора и обработки гидрометеорологической информации. Дальнейшее повышение точности и оперативности краткосрочных прогнозов гидрографа дождевых паводков и весеннего половодья может быть достигнуто благодаря внедрению автоматизированных систем выпуска прогноза на базе математических

моделей. Особенно эффективно использовать такие подходы при разработке методов прогнозов для крупных речных систем.

Необходимо также учитывать, что рассматриваемые модели формирования стока основаны на прямом расчете составляющих водного баланса, поэтому требуют достаточно надежных данных о приходной части баланса (осадках, запасах воды в снеге). Для водосборов, плохо освещенных такими данными, точность расчетов с использованием моделей может оказаться недостаточной. В таких случаях целесообразно использовать более простые графоаналитические или статистические способы, позволяющие построить приближенные зависимости стока с различными косвенными характеристиками, включая приближенные оценки приходной части баланса (например, суммарные осадки за холодный период).

Глава 5. Графоаналитические способы прогноза гидрографа стока

5.1. Прогноз дождевых паводков по данным об осадках

Разработка метода прогноза включает в себя два этапа: установление зависимостей для определения стока за паводок и разработку методики расчета расходов (уровней) воды паводка.

5.1.1. Построение зависимостей между паводочным стоком и факторами, обуславливающими его

Обычно такие связи характеризуются большой нелинейностью. Довольно общее аналитическое выражение этих связей можно представить в виде

$$Y = P - p_{\max} [1 - \exp(-P/p_{\max})], \quad (5.1)$$

где Y — слой стока, P — количество осадков за паводок, p_{\max} — максимально возможные потери при данном увлажнении бассейна.

Зависимость (5.1) устанавливаются для конкретных водосборов следующим образом. За ряд паводков находят значения слоя стока и осадков, вызвавших эти паводки. Затем для каждого паводка по формуле (5.1) с учетом полученных значений стока и осадков определяют значение параметра p_{\max} . После этого устанавливают графическую связь параметра p_{\max} с факторами, определяющими потери дождевого стока. Такими факторами могут быть: характеристика влажности почвы перед паводком, продолжительность выпадения осадков, сезон года и др. Установив зависимость p_{\max} от определяющих его факторов, нетрудно вычислить сток, сформированный заданными осадками.

Для некоторых водосборов удается получить сравнительно простую зависимость для расчета стока:

$$Y = f(P, I_w), \quad (5.2)$$

где I_w — индекс предшествующего увлажнения почвы.

Построение такого вида зависимостей не требует обширной информации. Наиболее приемлем такой подход для водосборов, сложенных легкопроницаемыми почвами с близким залеганием водоупора.

Другой возможный подход состоит в построении соосных графических зависимостей, связывающих слой стока с индексом предшествующих осадков, сезоном года, количеством и продолжительностью осадков. При построении таких графиков вместо слоя стока принято использовать потери, равные разности слоя осадков и слоя стока за паводок, а затем переходить к стоку. Суть этого метода состоит в следующем.

Потери стока за паводок вначале связывают с индексом предшествующих осадков и сезоном года (месяц года или номер недели от начала года или наиболее ранней даты прохождения дождевых паводков) и в соответствии с расположением точек строят семейство кривых (рис. 5.1 а). Далее, по построенной зависимости определяют потери и связывают их с фактическими значениями потерь на новом графике. Точки этого графика помечают значениями продолжительности осадков и строят второе семейство кривых (рис. 5.1 б). По двум построенным графикам снова определяют вычисленные значения потерь и связывают их еще раз с фактическими значениями и количеством осадков (рис. 5.1 в). В конце строят связь значений потерь стока, вычисленных с учетом всех переменных, с фактическими значениями (рис. 5.1 г).

При наличии систематических отклонений точек от линии равных значений построение всех графиков следует проверить и возможно по-иному подойти к проведению линий связи.

После достижения равномерного расположения точек по отношению к линии равных значений семейство кривых на рис. 5.1 в заменяют новым семейством кривых, позволяющих вычислять непосредственно значения стока. Это преобразование осуществляют простым перестроением кривых, исходя из условий баланса (сток равен количеству осадков минус потери). Два первых графика (рис. 5.1 а, б) при этом остаются без изменений (рис. 5.2).

Если зависимость потерь стока от времени прохождения паводка трудно построить, можно воспользоваться другим приемом. Сток за паводок сначала связывают с двумя наиболее важными независимыми переменными — индексом предшествующих осадков и слоем осадков, а затем учитывают остальные переменные. Пример совмещенной системы таких зависимостей показан на рис. 5.3 (см. пример 5.1).

Построение совмещенных корреляционных графиков — сложная задача. Сложность обуславливается тем, что связь между стоком (потерями) и каждой из рассматриваемых переменных выражена

слабо. Так, на графиках, выражающих зависимость потерь стока от индекса предшествующих осадков, сезона года и продолжительности осадков (см. рис. 5.1 а, б), ввиду отсутствия важнейшего параметра — осадков очень трудно построить семейство кривых.

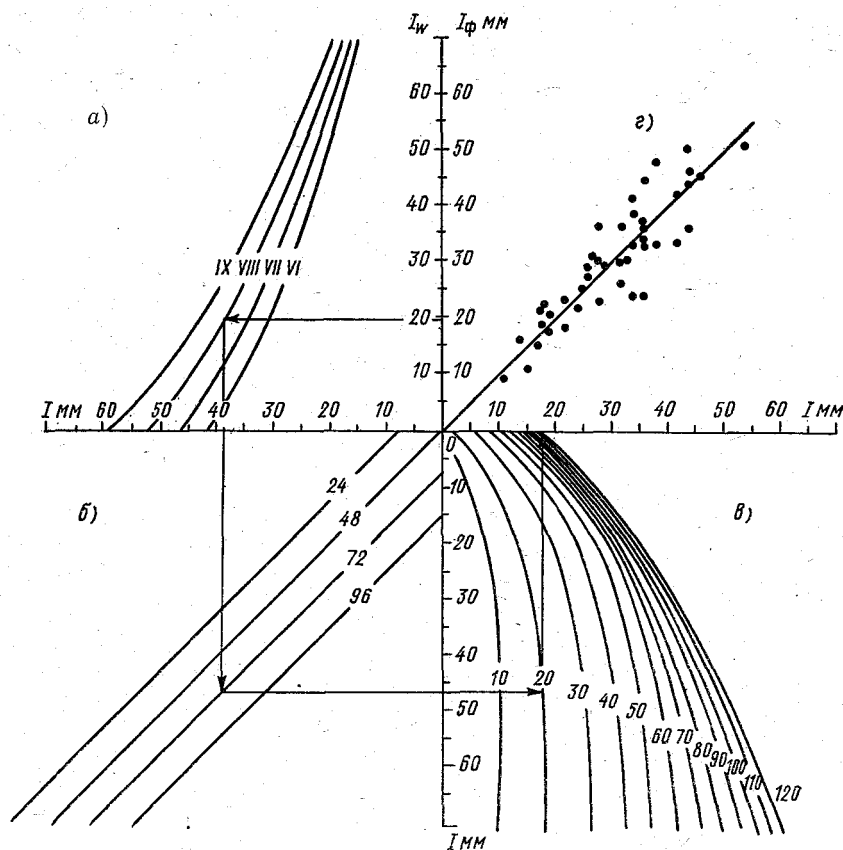


Рис. 5.1. Зависимости для расчета потерь стока за паводок.

В квадрантах приведены связи: а) потеря стока с индексом увлажнения (I_w) и временем прохождения паводка (цифры у линий — месяцы); б) потеря стока с продолжительностью дождя (цифры у линий — продолжительность дождя в часах); в) потеря стока с осадками (цифры у линий — осадки в миллиметрах); г) рассчитанных и фактических потерь стока.

В этом случае целесообразно построение начинать для дождевых паводков, образовавшихся примерно одинаковыми осадками.

При проведении линий связи на поле графика необходимо учитывать общие представления о виде исследуемой зависимости. Так, например, с увеличением индекса предшествующих осадков потери стока должны убывать. Зависимость эта, как правило, криволинейная. Учет сезона года отражает годовой ход температуры воздуха и осадков и, следовательно, увлажненности почвы. Чем больше

сезонное увлажнение почвы, тем меньше влияние индекса предшествующих осадков и тем круче линии связи на графике, и, наоборот, чем меньше сезонное увлажнение почвы, тем влияние

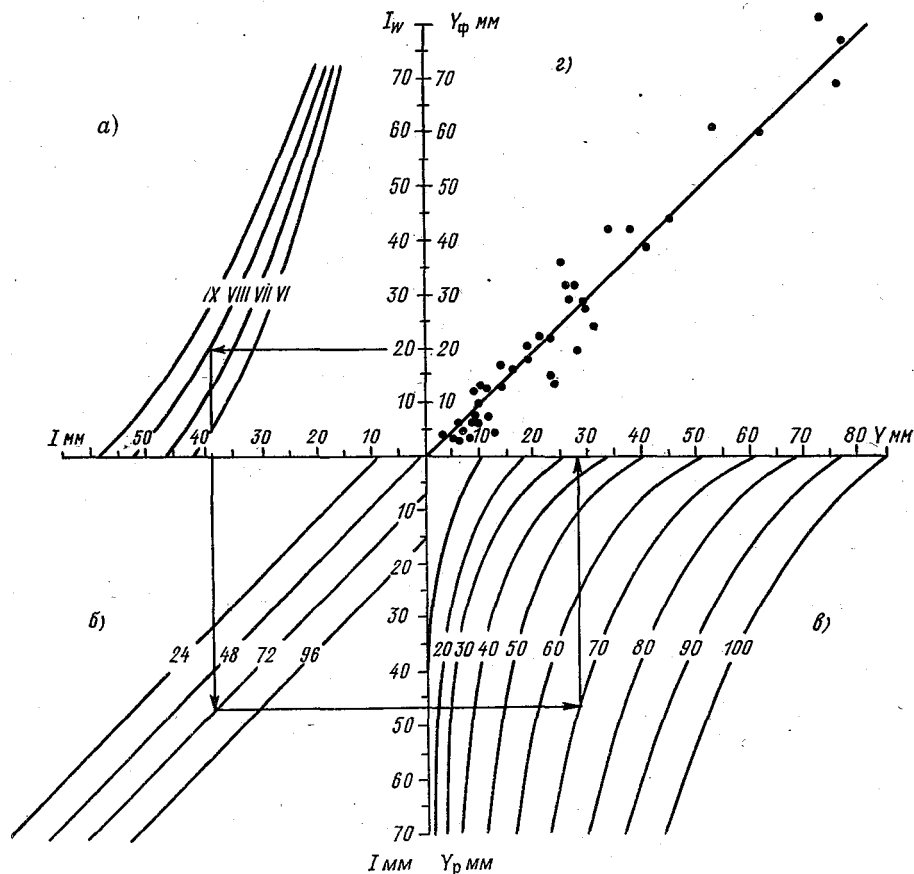


Рис. 5.2. Зависимости для расчета стока за паводок.

В квадрантах приведены связи: а) потерь стока с индексом увлажнения (I_w) и временем прохождения паводка (цифры у линий — месяцы); б) потерь стока с продолжительностью дождя (цифры у линий — продолжительность дождя в часах); в) стока с осадками (цифры у линий — осадки в миллиметрах); г) рассчитанного и фактического стока.

индекса сильнее и тем положе линия связи. При большом индексе предшествующих осадков влияние сезонного увлажнения почвы меньше, а при малом — больше. Поэтому линии связи в верхней части графика проводят через меньшее расстояние, чем в нижней его части.

Связь между стоком и продолжительностью осадков обратная и близка к прямолинейной.

Установив таким образом на основе ограниченного количества исходных данных расположение линий связи на поле графика, зависимости исправляют с учетом уже всех имеющихся данных.

При установлении зависимости, учитывающей влияние слоя осадков (см. рис. 5.1 в), необходимо исходить из общего вида за-

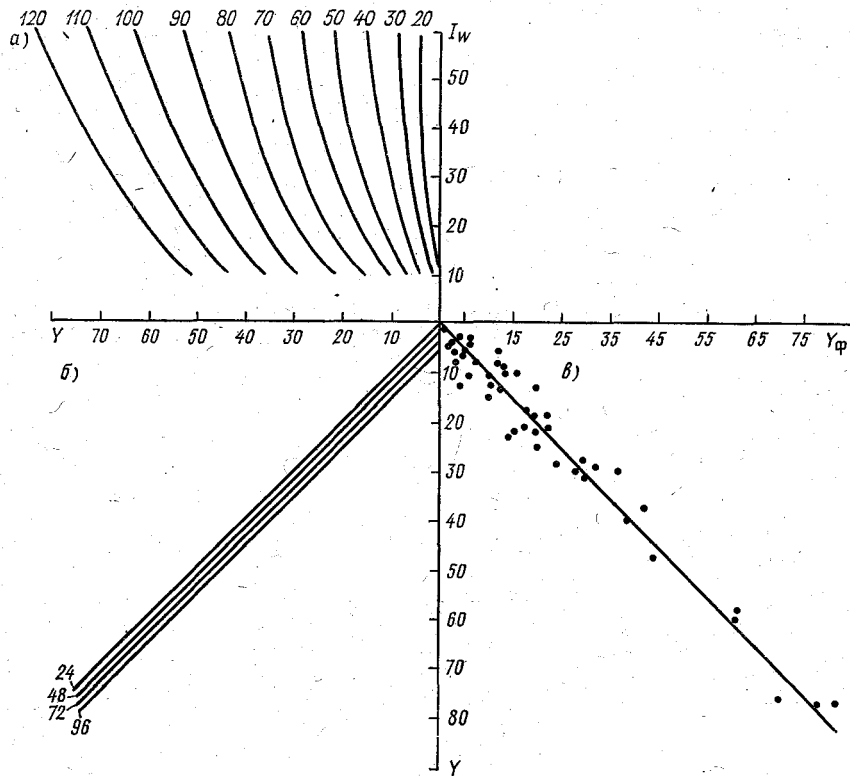


Рис. 5.3. Зависимость стока за паводок от индекса увлажнения (I_w), осадков (цифры у линий квадранта а) и продолжительности дождя (цифры у линий квадранта б) для р. Рики у с. Межгорья. В квадранте в — связь фактического и рассчитанного стока.

висимости стока от осадков (см. рис. 5.1). Линии равного количества осадков на графике обычно криволинейны. Расстояние между ними должно уменьшаться с увеличением слоя осадков. Угол наклона линий к вертикальной оси должен увеличиваться с увеличением слоя осадков:

5.1.2. Метод единичного паводка

Для расчета трансформации притока можно пользоваться кривыми добегания, рассмотренными в п. 3.1, а также методом единичного паводка, который широко используют за рубежом.

Единичным называется паводок, сформированный эффективными осадками количеством в 1 мм (в английской литературе 1 дюйм, равный 25,4 мм), выпавшими равномерно по водосбору в принятую единицу времени. Предложенный еще в 1932 г. Шерманом, этот метод развивался и обобщался многими исследователями.

Расчет гидрографа паводка для осадков, отличающихся от принятых в определении единичного паводка, основан на следующем:

— гидрограф, сформированный эффективными осадками количеством $P_{\text{мм}}$, выпавшими равномерно по водосбору в единицу времени, может быть получен путем умножения ординат единичного паводка на P ;

— гидрограф, сформированный эффективными осадками, выпавшими равномерно по водосбору в течение нескольких единиц времени, может быть получен путем суммирования гидрографов, полученных отдельно для каждой единицы времени в период выпадения осадков.

Наиболее простой способ нахождения единичного паводка вытекает из его определения и основан на выборе «изолированных» дождей, выпадающих в единицу времени. В этом случае можно рекомендовать следующую схему определения:

1. Сопоставляют ход осадков и стока; ищут осадки, выпадающие за одну расчетную единицу времени, и соответствующий им сток;

2. На выбранных гидрографах стока выделяют грунтовую составляющую и вычисляют слой стока от данного дождя.

3. Вычисляют ординаты единичных паводков путем деления расходов воды за каждую расчетную единицу времени на общий слой стока за паводок, равный эффективным осадкам, и выражают в $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{мм})$. Удобно ординаты единичного паводка выражать в долях, когда на слой стока за паводок делят не расходы воды, а слой стока за каждую расчетную единицу времени. В этом случае сумма ординат единичного паводка равна единице.

4. Находят средний единичный паводок для бассейна путем осреднения ординат единичных паводков для всех выбранных случаев.

На практике часто трудно выделить дожди единичной продолжительности. В этих случаях используют два приема. Первый предполагает построение серии единичных паводков для дождей различной продолжительности. Затем каждый из них используют при расчете гидрографа паводка, сформированного дождем соответствующей продолжительности.

Другой прием основан на методе так называемых S -кривых (интегральный единичный паводок). В этом случае определяют единичные паводки для дождей различной продолжительности (t_i), а затем с помощью S -кривых их пересчитывают в единичный паводок заданной единичной продолжительности (t_0). Полученные таким образом единичные паводки осредняют и получают обобщенный единичный паводок.

Вычисления ведут следующим образом. Для каждого единичного паводка, соответствующего продолжительности эффективных осадков, находят S -кривую путем суммирования единичных гидрографов, каждый из которых сдвинут на t_i единиц по отношению к предыдущему, причем смещение производят до тех пор, пока S -кривая не достигнет постоянных значений (эта продолжительность равна длине единичного паводка для t_i -й продолжительности). После этого S -кривую сдвигают вниз на t_0 единиц времени и производят вычитание ординат сдвинутой и несдвинутой S -кривых. Умножив полученные значения на t_i/t_0 , получают единичный гидрограф для дождя продолжительностью t_0 .

Порядок вычислений при пересчете единичного паводка, соответствующего продолжительности дождя $t_i=2$ единицы времени, в единичный паводок для дождя продолжительностью $t_0=1$ единице времени показан в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Пример пересчета ординат единичного паводка для дождя продолжительностью 2 единицы (P_{t_2}) времени в единичный паводок для дождя единичной продолжительности (P_{t_1})

Время	Ординаты исходного единичного паводка	Ординаты гидрографа, сдвинутого		Ординаты S -кривой	Сдвинутые на 2 единицы времени ординаты S -кривой	Разность граф (5)–(6)	Ординаты гидрографа (данные графы 7 умножены на 2)
		на 2 единицы времени	на 4 единицы времени				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,10			0,10		0,10	0,20
2	0,30			0,30	0,10	0,20	0,40
3	0,35	0,10		0,45	0,30	0,15	0,30
4	0,20	0,30		0,50	0,45	0,05	0,10
5	0,05	0,35	0,10	0,50	0,50	0	

Такую процедуру осуществляют для всех полученных единичных паводков, соответствующих дождям другой продолжительности t_i , после чего полученные паводки (графа 8 табл. 5.1) осредняют.

Следует подчеркнуть, что такой прием целесообразен при использовании небольших расчетных интервалов времени. При больших интервалах (сутки и больше) предпочтительнее пользоваться подходом, основанным на единичных дождях, так как при объединении осадков за несколько суток большую роль будет играть их распределение внутри выбранного периода и единичные паводки могут сильно меняться от одного дождя к другому.

На форму единичных паводков влияет распределение осадков по площади и объем вызываемого ими стока. Поэтому для построения зависимостей необходимо отобрать дожди, имевшие более или менее равномерное распределение по бассейну. Если распре-

деление осадков по территории отличается значительным разнообразием, необходимо проводить классификацию единичных паводков в зависимости от распределения осадков по территории и объема стока, т. е. пользоваться серией кривых добегания.

5.1.3. Подготовка исходных данных

Прежде всего необходимы данные о стоке от каждого стокообразующего дождя. Общий слой стока за паводок вычисляют без учета грунтовой составляющей. Для выделения грунтового стока можно применять горизонтальную срезку по минимальному предпаводочному расходу воды. Для построения расчетных зависимостей следует использовать одномодальные паводки. Если паводок имеет многомодальный характер, то его необходимо расчленить на простые с учетом типовой кривой спада.

Особое внимание следует уделять осадкам. Средние по бассейну осадки могут быть вычислены одним из описанных в гл. 4 способов. Для установления расчетных зависимостей необходимо отобрать данные только о стокообразующих осадках. Небольшие дожди, выпадающие после начала спада расходов воды, не учитывают, если они не оказывают заметного влияния на форму гидрографа. Небольшие дожди, выпадающие до главного ливня, также исключают из стокообразующих осадков и учитывают при расчете характеристик увлажнения почвы.

Следующей важной характеристикой, используемой при построении зависимостей, является увлажненность почвы перед началом паводка. Наблюдения о запасах влаги в почве в отдельных пунктах в принципе могут быть использованы для характеристики влажности почвы всего бассейна. Но обычно таких измерений недостаточно и они не обладают необходимой репрезентативностью. Поэтому при оценке влагозапасов в почве перед паводком, как правило, используют косвенные показатели влажности почвы.

Наиболее простой характеристикой увлажненности почвы является предпаводочный расход воды. Эта характеристика может быть использована для территорий с влажным и близким к влажному климатом. Достаточно эффективной оценкой является индекс увлажнения почвы

$$I_w = \sum_{i=1}^{t_{п.п}} \alpha_i P_i, \quad (5.3)$$

где P_i — осадки за i -й интервал времени, $t_{п.п}$ — общая продолжительность предшествующего периода, α_i — весовые коэффициенты. Интервалы времени отсчитывают в обратную сторону от момента, на который рассчитывается индекс.

Весовые коэффициенты зависят от температуры воздуха и интервалов времени, по которым учитывают осадки при подсчете индекса увлажнения. В табл. 5.2 приведены значения коэффициентов α_i в зависимости от температуры и интервалов времени при

Таблица 5.2

Значения коэффициента α_i в формуле (5.3)

Интервал суммирования осадков, сут	Температура воздуха, °C				
	0	5	10	15	20
0—1/12	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1/12—1/6	1,0	1,0	1,0	0,90	0,85
1/6—1	1,0	1,0	0,90	0,80	0,80
1—2	1,0	0,90	0,70	0,60	0,58
3—5	0,72	0,65	0,60	0,50	0,45
6—10	0,62	0,56	0,50	0,40	0,34
11—20	0,55	0,45	0,38	0,30	0,17
21—30	0,50	0,38	0,27	0,17	0,06
31—40	0,46	0,33	0,19	0,09	0,01
41—50	0,41	0,27	0,13	0,05	0,00
51—60	0,37	0,23	0,09	0,03	
61—80		0,17	0,04	0,00	
81—100		0,11	0,01		
101—120		0,03	0,00		

выборе осадков. Имея только суточные суммы осадков, можно пользоваться упрощенной зависимостью:

$$I_W = P_1 + 0,7P_{2-4} + 0,5P_{5-9} + 0,3P_{10-14} + 0,2P_{15-30} + 0,1P_{31-60}, \quad (5.4)$$

где P_1, P_{2-4} и т. д.— количество осадков, выпавших за указанный индексом интервал времени (в сутках), считая назад от даты, на которую рассчитан индекс.

При температуре воздуха ниже 10 °C рекомендуется брать осадки за периоды, вдвое длиннее тех, которые указаны в формуле (5.4).

Очень проста и удобна при расчете по суточным интервалам зависимость

$$I_W = \sum_{i=1}^{i_{n,p}} k^i P_i. \quad (5.5)$$

Так же, как и в формулах (5.3) и (5.4), время отсчитывают в обратную сторону от момента, на который рассчитан индекс. Коэффициент k зависит от температуры и принимает следующие значения: при $T=5$ °C $k=0,94$; при $T=10$ °C $k=0,92$; при $T=15$ °C $k=0,9$; при $T=20$ °C $k=0,88$. Зависимость (5.5) удобна в оперативной практике, так как позволяет очень просто вести непрерывный расчет индекса увлажнения без пересчета осадков за предшествующие моменты времени, как это требуется при использовании формул (5.3) и (5.4).

Индекс увлажнения на i -е сутки при известном значении на $(i-1)$ -е сутки рассчитывают по простому соотношению:

$$I_{W,i} = k(P_i + I_{W,i-1}). \quad (5.6)$$

5.1.4. Практические приемы прогноза дождевых паводков

Рассмотренные зависимости позволяют прогнозировать объем стока за паводок, а также гидрограф либо максимальный расход (уровень). Однако для небольших водосборов прогнозируют, скорее, гарантированную величину, соответствующую осадкам на момент составления прогноза.

Используя зависимости (5.1)—(5.3), по сумме осадков к расчетному моменту времени прогнозируют ожидаемый объем стока при условии отсутствия осадков за период заблаговременности. После получения новой информации об осадках (если они не прекратились) составляют новый прогноз и т. д.

Для прогноза распределения стока в период паводка либо максимального расхода (уровня) используют полученный единичный паводок или кривую добегаания. Для этого на каждый расчетный интервал времени вычисляют интегральные суммы осадков, начиная от первого интервала времени, со стокообразующими осадками. Затем по графикам рис. 5.1—5.3 определяют соответствующие им интегральные суммы стока, разности которых и дают стока в каждую единицу времени. Осуществив их преобразование с помощью единичного паводка (аналогично использованию кривых добегаания), получают гидрограф, соответствующий осадкам, выпавшим к моменту выпуска прогноза. Аналогично предыдущему процедуру повторяют после получения новой информации об осадках.

В случае перерыва в ходе осадков вычисляют новый индекс увлажнения и суммирование осадков начинают с нового момента времени.

Для увеличения заблаговременности прогноза желательно привлекать данные краткосрочных прогнозов осадков. В некоторых случаях даже качественная информация об ожидаемых осадках может дать положительный эффект. Достаточно обширных количественных показателей эффективности различных способов учета будущих осадков нет. В каждом конкретном случае совместно с метеорологическими подразделениями должна быть выработана методология учета будущих осадков исходя из анализа формы выпуска и качества прогноза осадков для рассматриваемого региона.

Пример 5.1. Расчет объема и гидрографа паводочного стока р. Рики у с. Межгорья.

Для разработки расчетных зависимостей использованы данные наблюдений о стоке и осадках за период с 1970 по 1979 г: Расчетный интервал времени принят равным суткам. За рассматриваемый период было выделено 52 паводка и подсчитаны их объемы. Суточные суммы осадков определены как средние арифметические по данным пяти станций.

В качестве характеристики предшествующего увлажнения принят индекс (5.5), причем осадки просуммированы за 30

предшествующих суток. Определены также продолжительность осадков (в сутках), вызвавших паводки, и время их прохождения (порядковый номер недели, начиная с мая). По этим данным построена зависимость для расчета объема стока (см. рис. 5.3). Для установления этой зависимости использован способ соосной графической корреляции.

На первом графике (см. рис. 5.3 а) построена зависимость слоя стока от индекса предшествующих осадков и количества осадков, вызвавших паводки, поскольку установить связь с порядковым номером недели не удалось. На втором графике (см. рис. 5.3 б) построена зависимость фактического стока (вертикальная ось) от стока, вычисленного по первому графику и продолжительности осадков. Для контроля на третьем графике (см. рис. 5.3 в) построена связь между фактическим и вычисленным (с учетом трех аргументов) стоком. Сходимость рассчитанного и фактического стока удовлетворительная. Отношение s/σ , подсчитанное по данным о всех паводках, равно 0,20.

Построенная зависимость была использована также для расчета гидрографа стока по методу единичного паводка. Ординаты единичного паводка определяли следующим образом. На основе анализа хода осадков и стока выделяли дождевые паводки, сформированные дождями суточной продолжительности. Для каждого выделенного паводка определяли распределение стока. Таблица 5.3

Таблица 5.3

Распределение стока во время паводка от суточного дождя 18 июня 1978 г. на р. Рики у с. Межгорья

Дата	Расход воды Q м ³ /с	Грунтовый сток $Q_{гр}$ м ³ /с	Поверхностный сток $Q_{пов} = Q - Q_{гр}$	Ординаты единичного паводка $p = \frac{Q_{пов}}{\Sigma Q_{пов}}$
17/VI	10,5	10,5	0	0
18/VI	59,5	10,5	49,0	0,49
19/VI	39,7	10,5	29,2	0,29
20/VI	23,2	10,5	12,7	0,13
21/VI	16,3	10,5	5,8	0,06
22/VI	13,4	10,5	2,9	0,03
23/VI	11,3	10,5	0,8	0,00
24/VI	10,5	10,5	0	0
Σ			100,4	1,0

иллюстрирует вычисление ординат единичного паводка от суточного дождя. Такие единичные паводки были построены для 11 суточных дождей (табл. 5.4). Форма единичных паводков оказалась

Таблица 5.4

Определение типового графика единичного паводка р. Рики у с. Межгорья

Время прохождения паводка	Ординаты единичного паводка				
	1	2	3	4	5
12—16/V-70	0,61	0,27	0,10	0,02	
17—21/VIII-70	0,58	0,28	0,10	0,04	
18—23/VII-71	0,53	0,26	0,13	0,06	0,02
27—30/VIII-71	0,76	0,18	0,06	0	
29/VIII—5/IX-72	0,40	0,36	0,12	0,08	0,04
20—23/VIII-73	0,67	0,23	0,10	0	
30/V—2/VI-76	0,51	0,39	0,10		
1—4/VIII-76	0,72	0,17	0,11	0	
17—24/VI-78	0,49	0,29	0,13	0,06	0,03
10—14/VII-79	0,78	0,16	0,05	0,01	
31/VII—4/VIII-79	0,71	0,22	0,07	0	
Сумма	6,76	2,81	1,07	0,27	0,08
Ординаты обобщенного единичного паводка	0,61	0,26	0,10	0,02	0,01

довольно близкой для всех случаев, что позволило получить обобщенный единичный паводок для суточных осадков. Ординаты этого паводка приведены в табл. 5.4.

Расчет гидрографа стока рассмотрен на примере дождевого паводка 1978 г. в табл. 5.5. В графе 2 этой таблицы приведено количество осадков, выпавших в бассейне в период с 31/VIII по 7/IX. По интегральной сумме осадков на каждые сутки (графа 3), начальному индексу увлажнения $I_w=22$ мм и продолжительности осадков с графика рис. 5.3 сняты значения суммарного слоя стока (графа 4). Суточный сток определен по разности слоев суммарного стока (графы 5 и 6). Значения ординат единичного паводка приведены в графе 7. Порядок вычисления ежедневных расходов воды аналогичен расчету по кривой добегаания (графы 8—17). В графе 18 представлены фактические расходы воды. Фактические и рассчитанные гидрографы за ряд паводков показаны на рис. 5.4.

Для использования рассмотренной схемы в прогнозе паводка необходимо учитывать прогноз количества осадков, так как естественная заблаговременность меньше суток. Однако при наличии фактических данных об осадках по меньшим интервалам времени

Таблица 5.5

Расчет гидрографа паводка р. Рики у с. Межгорья, $I_w = 22$ мм, $Q_{гр} = 4,08$ м³/с, 1978 г.

Дата	Осадки		Сток			p_i	Произведение q_i (м ³ /с) на ординаты единичного гидрографа P_i								Расход воды Q			Ошибка расчета $\Delta = Q_p - Q_\Phi$
	P мм	ZP мм	P мм	V мм	b м ³ /с		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
31/VIII	25,0	25,0	3,0	3,0	18,8	0,61	11,5							11,5	15,6	24,2	-8,6	
1/IX	37,2	62,2	21,0	18,0	112,5	0,26	4,89	68,6						73,5	77,6	74,5	3,1	
2/IX	10,6	72,8	30,0	9,0	56,2	0,10	1,88	29,2	34,3					65,4	69,5	43,3	26,2	
3/IX	7,5	80,3	37,0	7,0	43,8	0,02	0,38	11,2	14,6	26,7				52,9	57,0	38,0	19,0	
4/IX	6,9	87,2	42,0	5,0	31,2	0,01	0,19	2,25	5,62	11,4	19,0			39,0	43,1	40,5	2,6	
5/IX	1,0	88,2	42,0	0,0	0,0			1,12	1,12	4,38	8,11	0		14,7	18,8	27,0	-8,2	
6/IX	0,9	89,1	42,0	0,0	0,0				0,56	0,88	3,12	0	0	4,56	8,64	19,9	-11,3	
7/IX	0,1	89,2	42,0	0,0	0,0				0,44	0,62	0	0	0	1,06	5,14	15,4	-10,3	

необходимо уменьшить расчетный интервал времени, что позволит снизить роль будущих осадков.

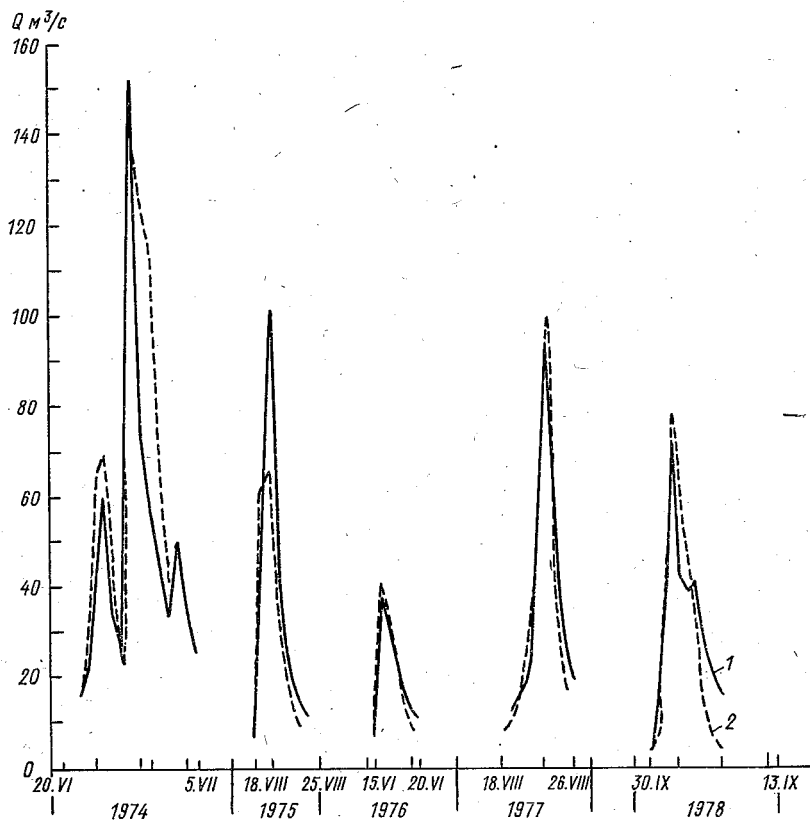


Рис. 5.4. Сопоставление фактических (1) и рассчитанных (2) расходов воды р. Рики у с. Межгорья.

5.2. Особенности прогноза гидрографа весеннего половодья на равнинных реках

Водоподачу на поверхность бассейна обычно рассчитывают по простой схеме, приведенной в предыдущей главе — соотношения (5.4) — (5.7). При большой изменчивости условий погоды в период таяния снега для расчета интенсивности снеготаяния используют номограммы Шуляковского, которые строят в соответствии с рекомендациями, данными в третьем выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам».

Суммарные потери за единичный интервал времени рассчитывают по соотношению

$$I_t = p_{\max} \left\{ \exp \left[- \left(\sum_{i=t_0}^{t-1} h_i \right) / p_{\max} \right] - \exp \left[\left(\sum_{i=t_0}^t h_i \right) / p_{\max} \right] \right\}, \quad (5.7)$$

где h_i — рассчитанная водоподача в i -й момент времени; t_0 — время начала снеготаяния; $p_{\text{макс}}$ — параметр, характеризующий водопоглонительную способность бассейна перед началом снеготаяния.

Для определения параметра $p_{\text{макс}}$ используют два подхода.

1. Строят (либо используют имеющиеся) воднобалансовые зависимости для долгосрочного прогноза объема половодья. По этим зависимостям находят ожидаемый объем весеннего половодья (Y) в рассматриваемом году. Зная запас воды в снеге к началу снеготаяния в сумме с ожидаемыми за период снеготаяния осадками ($S_{\text{макс}}$) и полученный объем стока, определяют значение $p_{\text{макс}}$ с помощью номограммы вида $p_{\text{макс}} = f(Y, S_{\text{макс}})$, построенной с использованием уравнения стока:

$$Y = S_{\text{макс}} - p_{\text{макс}} [1 - \exp(-S_{\text{макс}}/p_{\text{макс}})]. \quad (5.8)$$

Способы построения воднобалансовых зависимостей и номограммы $p_{\text{макс}} = f(Y, S_{\text{макс}})$ подробно рассмотрены в первом выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам».

2. По данным за прошлые годы определяют аналогично предыдущему значения $p_{\text{макс}}$ за каждый год. Затем строят график связи $p_{\text{макс}}$ со стокообразующими факторами (чаще других используют характеристики увлажненности и льдистости почвы). Примеры таких зависимостей приведены в гл. 8 настоящего Руководства, а также в первом выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам». Для рек центральной части степной и лесостепной зон европейской части СССР В. Д. Комаровым была установлена аналитическая зависимость параметра $p_{\text{макс}}$ от глубины промерзания (Z) и запаса продуктивной влаги в 100-сантиметровом слое почвы (ω):

$$p_{\text{макс}} = A \exp[-b\omega Z/(0,75\omega_{\text{НВ}})] \exp[-a\omega/(0,75\omega_{\text{НВ}})], \quad (5.9)$$

где $\omega_{\text{НВ}}$ — запас влаги в том же слое при наименьшей влагоемкости; A , b , a — параметры, определяемые для конкретных водосборов. По данным для ряда водосборов указанной зоны были найдены числовые значения этих параметров: $A=750$ мм, $b=0,051$ 1/см, $a=0,11$. Следует учитывать, что при определении этих параметров значение Z было ограничено 60 см, т. е. все большие значения были приравнены к 60 см.

Зная характеристики увлажненности и льдистости для данного года, по графикам связи их с $p_{\text{макс}}$ либо по зависимости (5.9) определяют значение $p_{\text{макс}}$ и затем используют при расчетах потерь по соотношению (5.7). Оба эти подхода близки по точности. Однако для прогноза лучше использовать второй подход, так как в этом случае при определении параметра $p_{\text{макс}}$ не возникает проблемы учета ожидаемых осадков за период снеготаяния.

5.3. Прогноз гидрографа по осадкам или интенсивности снеготаяния с учетом расходов воды в замыкающем створе

Рассмотренные в двух предыдущих пунктах способы прогноза паводков, основанные на учете только метеорологических данных, могут иметь значительные погрешности из-за приближенности определения потерь.

Если продолжительность осадков (снеготаяния) достаточно велика и в русловой системе находится уже существенный запас воды, можно часть дождевого (талого) стока предсказать по имеющимся запасам воды в руслах, что может несколько уточнить прогноз. Для такого уточнения расход воды в замыкающем створе разделим на две составляющие: Q_p — часть стока, обусловленная уже имеющимися в русловой системе запасами воды, и Q_n — часть стока, обусловленная осадками, которые к моменту составления прогноза уже выпали, но еще не стекли в речную сеть, и осадками, выпавшими за период заблаговременности прогноза:

$$Q_{t+\delta} = Q_{p,t+\delta} + Q_{n,t+\delta}, \quad (5.10)$$

где t — момент выпуска прогноза, δ — заблаговременность.

Величина Q_p может быть определена по расходам воды в замыкающем створе в день выпуска прогноза Q_t :

$$Q_{p,t+\delta} = a_\delta Q_t. \quad (5.11)$$

Значение коэффициента a_δ можно определить по графику связи между расходами воды в момент составления прогноза и расходами воды за период заблаговременности $Q_{t+\delta} = f(Q_t)$. Если на этом графике провести прямую линию, ограничивающую точки со стороны оси Q_t , то значение коэффициента a_δ будет равно тангенсу угла наклона этой линии к оси Q_t .

Величину Q_n в каждый момент t вычисляем по данным об осадках (снеготаянию) с использованием усеченной кривой добега $p_{n,\delta}$, характеризующей последовательность поступления части дождевой (талой) воды, еще не стекшей к замыкающему створу, при заблаговременности δ :

$$Q_{n,t} = \sum_{i=1}^t q_i p_{n,\delta,t-i+1}, \quad (5.12)$$

где q_i — приток воды к русловой сети, определяемый способами, рассмотренными в п. 5.1 либо 5.2.

Ординаты усеченной кривой добега определяем по полученным ранее ординатам кривой добега p для трансформации притока воды в гидрограф стока в замыкающем створе. Для их определения записываем очевидное соотношение:

$$Q_{n,t} = \tilde{Q}_t - a_\delta \tilde{Q}_{t-\delta}, \quad (5.13)$$

где $\tilde{Q}_t, \tilde{Q}_{t-\delta}$ — рассчитанные с использованием кривой добегаия p расходы воды в замыкающем створе в моменты времени t и $t-\delta$. Подставив соотношения для расчета \tilde{Q}_t и $\tilde{Q}_{t-\delta}$ из (5.13), получим

$$Q_{п, t} = \sum_{i=1}^t q_i p_{t-i+1} - a_\delta \sum_{i=1}^{t-\delta} q_i p_{t-\delta-i+1} = \\ = \sum_{i=1}^t q_i (p_{t-i+1} - a_\delta p_{t-\delta-i+1}). \quad (5.14)$$

При получении этого соотношения использовано условие, что ординаты кривой добегаия при $t < 1$ равны нулю. Из выражения (5.14) следует, что ординаты усеченной кривой добегаия можно выразить через ординаты исходной кривой добегаия следующим образом:

$$p_{п, \delta, t} = p_t - a_\delta p_{t-\delta}. \quad (5.15)$$

Для наглядности запишем несколько первых ординат усеченных кривых добегаия для заблаговременностей одни и двое суток:

— для $\delta = 1$

$$p_{п, 1, 1} = p_1; \quad p_{п, 1, 2} = p_2 - a_1 p_1; \quad p_{п, 1, 3} = p_3 - a_1 p_2 \text{ и т. д.}$$

— для $\delta = 2$

$$p_{п, 2, 1} = p_1; \quad p_{п, 2, 2} = p_2; \quad p_{п, 2, 3} = p_3 - a_2 p_2 \text{ и т. д.}$$

Сумма ординат полученных таким образом усеченных кривых добегаия равна примерно $1 - a_\delta$. Следовательно, ошибка прогноза объема паводка с учетом фактических расходов в a_δ раз меньше ошибки расчета, полученной без учета расходов воды в замыкающем створе, т. е. чем больше a_δ , тем больше эффект уточнения. Степень уменьшения ошибок в значениях отдельных ординат гидрографа, кроме того, будет зависеть от формы кривой добегаия. С увеличением заблаговременности эффект уточнения снижается.

После определения ординат усеченной кривой добегаия можно записать выражение для прогноза расходов воды с заблаговременностью δ единиц:

$$Q_{t+\delta} = a_\delta Q_t + \sum_{i=1}^{r_m} p_{п, \delta, i} q_{t+\delta-i+1}, \quad (5.16)$$

где r_m — число значимых ординат усеченной кривой добегаия, t — момент выпуска прогноза.

Пример 5.2. Расчет гидрографа дождевого паводка р. Рики у с. Межгорья с учетом расходов воды в замыкающем створе.

Для расчета водоотдачи воспользуемся зависимостью, полученной в примере 5.1 (см. рис. 5.3). Ординаты единичного паводка также возьмем из предыдущего примера (табл. 5.5, графа 7).

Для определения коэффициента a_0 (при $\delta = 1$) по фактическим расходам воды строим график связи $Q_{t+1} = f(Q_t)$, на котором проводим нижнюю огибающую прямую (рис. 5.5). Тангенс угла наклона этой линии оказался равным 0,38, т. е. $a_1 = 0,38$. Тогда в соответствии с соотношением (5.15) усеченная кривая добегаания при заблаговременности 1 сут будет иметь ординаты 0,61 и 0,03.

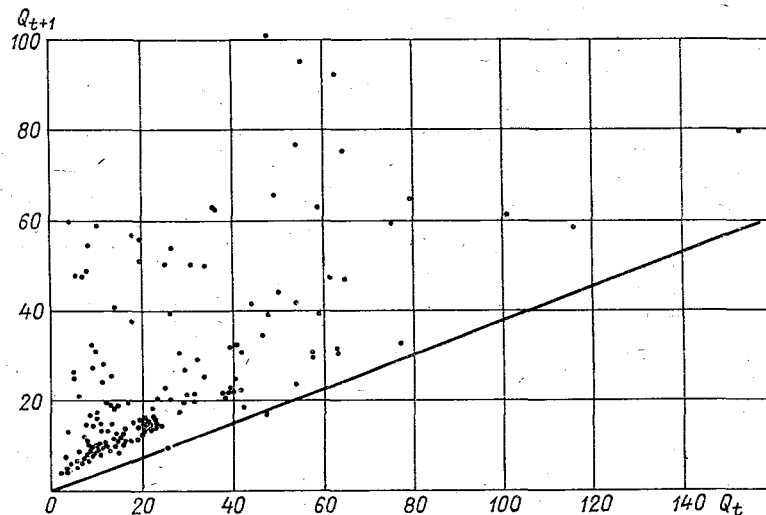


Рис. 5.5. Зависимость последующего стока от предыдущего $Q_{t+1} = f(Q_t)$ (р. Рика — с. Межгорье).

Расчеты гидрографа дождевого паводка по соотношению (5.16) сведем в табл. 5.6. В графе 2 этой таблицы помещены сведения

Таблица 5.6

Схема расчета гидрографа с использованием данных о расходах воды в замыкающем створе р. Рики у с. Межгорья, 1978 г.

Дата	Y м ³ /с	$p_{п1}$	$Q_{п}$ м ³ /с	$Q_{ф}$ м ³ /с	$Q_{р} =$ $= 0,38Q_{ф}$	$Q_{t+1} =$ $= Q_{п,t+1} +$ $+ Q_{р, t}$	$Q_{t+1} - Q_{ф}$
1	2	3	4	5	6	7	8
31/VIII	18,8	0,61	11,5	24,2	9,2		
1/IX	112,5	0,03	69,2	74,5	28,3	78,4	3,9
2/IX	56,2	0,00	37,7	43,3	16,4	66,0	22,7
3/IX	43,8		28,4	38,0	14,4	44,8	6,8
4/IX	31,2		20,3	40,5	15,4	34,7	-5,8
5/IX	0		0,94	27,0	10,3	16,3	-10,7
6/IX	0			19,9	7,6	10,3	-9,6
7/IX	0			15,4	5,8	7,6	-7,8

о притоке воды, взятые из табл. 5.5 (графа 6). В графу 3 заносим ординаты усеченной кривой добегания. Подставив значения из граф 2 и 3 в уравнение (5.12), получим ту часть стока, которая рассчитана непосредственно по данным об осадках (графа 4). Умножив фактические расходы воды (графа 5) на коэффициент a_i , определим часть стока, обусловленную уже имеющимися запасами в русловой сети (графа 6). В графе 7 приведены рассчитанные расходы воды Q_t , полученные как сумма двух составляющих (графы 4 и 6) со смещением значений Q_p на одни сутки.

5.4. Прогноз расходов воды по притоку в речную сеть, вычисленному по гидрометрическим данным

Этот подход позволяет в значительной мере избежать погрешностей в определении потерь стока на водосборе. Способы расчета притока в речную сеть по гидрометрическим данным рассмотрены в гл. 2.

Для составления прогноза с заблаговременностью δ единиц используют выражение

$$Q_{t+\delta} = \sum_{i=\delta+1}^{r_m} p_i q_{t+\delta-i+1} + \sum_{i=1}^{\delta} p_i \tilde{q}_{t+\delta-i+1}, \quad (5.17)$$

где q_i — приток в речную сеть в i -й момент времени; p_i — кривая добегания, определяемая способами, рассмотренными в п. 5.1; t — момент выпуска прогноза; r_m — число значимых ординат кривой добегания.

Первое слагаемое в соотношении (5.17) определяется притоком в речную сеть, вычисленным по фактическим данным, а второе — ожидаемым притоком на период заблаговременности (\tilde{q}_t). По мере увеличения заблаговременности прогноза увеличивается роль ожидаемого притока и уменьшается роль фактического. Поэтому этот способ целесообразно использовать для сравнительно крупных рек.

Способы определения ожидаемого притока рассмотрены в п. 2.4.2. Естественно, что наиболее сложно оценить ожидаемый приток в период подъема паводка. Поэтому прогнозы в это время составляют с небольшой заблаговременностью. После наступления максимума притока ожидаемый приток довольно надежно оценивают по кривым спада, что позволяет выпускать прогноз до конца паводка (половодья). Заблаговременность прогноза максимального расхода воды за паводок, естественно, зависит от разницы во времени наступления максимума притока и максимума расхода воды в замыкающем створе.

При сильном влиянии неравномерности водоотдачи на гидрограф стока в замыкающем створе можно воспользоваться частными кривыми добегания. В этом случае целесообразно воспользоваться расходами воды малых рек, которые могут служить харак-

теристикой водоотдачи. Бассейны малых рек должны быть расположены в различных по условиям формирования стока зонах рассматриваемого водосбора. При этом каждый бассейн косвенно отражает приток воды в речную сеть для территории, тяготеющей к этому бассейну. Необходимое количество малых бассейнов, их размеры и порядок распределения по территории зависят от размеров, орографии и степени развития речной сети водосбора, неравномерности водоотдачи, условий формирования потерь и др. Для весеннего половодья, как правило, можно ограничиться меньшим числом малых бассейнов, чем для дождевых паводков. При площади водосбора 20—50 тыс. км² наиболее целесообразно выбирать малые бассейны — размером 200—400 км². В каждом конкретном случае необходимо делать тщательный анализ нескольких вариантов расчета для выбора оптимального. Коэффициенты стоковой приводки и частные кривые добегания определяют так же, как для приточных участков рек (см. п. 2.3).

Глава 6. Прогноз талого, дождевого и тало-дождевого стока на основе математических моделей

В этой главе рассмотрено четыре модели формирования талого и дождевого стока, реализованные для различных физико-географических районов. Эти модели доведены до разработки методов прогноза и для них имеется программное обеспечение, сданное в фонд алгоритмов и программ либо опубликованное в виде методических указаний. Основное внимание при их изложении уделено практическим вопросам. Детальное описание особенностей моделей можно найти в соответствующих публикациях [7—11, 13, 14].

6.1. Модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока

6.1.1. Физические основы и расчетные соотношения модели

Модель основана на учете теплофизических процессов, происходящих в зоне аэрации и на поверхности почвы, благодаря чему она может быть использована для непрерывного расчета талого, дождевого и тало-дождевого стока. Для верхнего слоя почвы мощностью z (обычно 50 см) записывают уравнение баланса типа (4.1) отдельно для жидкой и твердой составляющих влаги.

При задании соотношений для расчета составляющих водного баланса учитывают различия формирования стока на лесных и

полевых участках водосбора. Уравнение водного баланса в лесу записывают для слоя почвы z , лежащего ниже очень рыхлого поверхностного слоя (5—10 см), а вода, находящаяся в рыхлом слое поступает к замыкающему створу в виде поверхностного стока. Такая схематизация позволяет построить одинаковые зависимости для лесных и полевых участков, различающиеся только коэффициентами.

В соответствии с коэффициентом лесистости водосбор условно делят на полевую и лесную части и для каждой из них в каждый момент времени рассчитывают составляющие водного баланса. Последовательность расчета основных составляющих и их взаимосвязь показана на блок-схеме (рис. 6.1).

Поступление воды на поверхность почвы. Оно может быть обусловлено жидкими осадками либо талой водой. Схема расчета поступления в период снеготаяния основана на предпосылках, изложенных в п. 4.1: интенсивность снеготаяния рассчитывают по коэффициенту стаивания (4.4), приведенную интенсивность по соотношению (4.5), а водоподачу по выражению (4.7):

$$h_{в} = \begin{cases} 0, & \sum (h_{т} + P) \leq \gamma S_{\max}, \\ \frac{h_{т}}{1 - \gamma S_{\max} / S'_{\max}} + P, & \sum (h_{т} + P) > \gamma S_{\max}, \end{cases} \quad (6.1)$$

где S_{\max} — запас воды в снеге к началу таяния, S'_{\max} — сумма этого запаса и осадков, выпавших от начала таяния до момента наступления максимальной водоудерживающей способности снега (γS_{\max}). Остальные обозначения соответствуют обозначениям, принятым в гл. 4.

При определении степени покрытости бассейна снегом используют кривую распределения (см. выражение (4.6)).

Промерзание и оттаивание почвы. Для расчета границ промерзания и оттаивания почвы используют зависимости, полученные из уравнений теплопереноса в предположении, что приток (отток) тепла снизу отсутствует, вертикальное распределение температуры в мерзлом (талом) слое и в снежном покрове линейно, при отрицательной (положительной) температуре почвы вся влага находится в твердом (жидком) состоянии, фильтрующаяся при таянии вода не участвует в процессах теплопереноса:

$$Z(t + \Delta t) = -\lambda H / \lambda_{сн} + \sqrt{[\lambda H / \lambda_{сн} + Z(t)]^2 + 2\lambda |T| \Delta t / L (\omega + \omega_0)}, \quad (6.2)$$

где H и T — соответственно толщина слоя снега и температура воздуха за интервал времени Δt ; $Z(t)$ и $Z(t + \Delta t)$ — граница промерзания (оттаивания) к началу и концу расчетного интервала времени; ω — продуктивная объемная влажность на фронте промерзания (оттаивания); L — удельная теплота плавления льда;

λ — коэффициент теплопроводности мерзлой (при промерзании) и талой (при оттаивании) почвы; ω_0 — прочно связанная влага, близкая к влажности завядания; $\lambda_{сн}$ — коэффициент теплопроводности снега.

Коэффициент теплопроводности снега рассчитывают по зависимости

$$\lambda_{сн} = 1,373 \cdot 10^{2,25} \rho_{сн}, \quad (6.3)$$

где $\lambda_{сн}$ в Дж/(см·ч·°С), $\rho_{сн}$ — плотность снега, г/см³.

Коэффициент теплопроводности для лесной и лесостепной зон можно рассчитать по соотношениям:

$$\lambda_T = 4,19 \left[(5,42\rho - 3,34) \left(\ln \frac{\omega}{\rho} + 4,6 \right) - (1,6\rho - 0,5) \right], \quad (6.4)$$

$$\lambda_M = \lambda_T + 4,19 [0,8 + 26,7 (\omega/\rho - 0,1)], \quad (6.5)$$

где λ_T и λ_M — коэффициент теплопроводности талой и мерзлой почвы соответственно, Дж/(см·ч·°С); ρ — плотность почвы, г/см³.

Потери на впитывание в почву. Полагают, что основным фактором, влияющим на потери, является запас влаги в выделенном слое почвы к моменту расчета. Для промерзшей почвы, кроме того, учитывают влияние ее льдистости:

$$I = (10\omega_{\max}z - W)/(zk) + i_0 (\omega_T/\omega_{\max})^{3,5} (1 + 8\omega_M)^{-2}, \quad (6.6)$$

где I — потери на впитывание в почву, мм/ч; ω_{\max} — максимально возможная для рассматриваемой почвы продуктивная влажность; ω_T — объемное содержание жидкой влаги; ω_M — объемная льдистость; $W = (10\omega_T + \omega_M)z$ — общий запас влаги в слое почвы, мм; z — выделенный слой почвы, см; k — параметр, характеризующий впитывающую способность почвы, ч/см; i_0 — коэффициент фильтрации верхнего слоя почвы, мм/ч.

Для учета влияния грунтовых вод после оттаивания почвы в рассчитанные по соотношению (6.6) потери вводят поправку

$$\Delta I = \xi (10\omega_{\max} - W_K)/(zk), \quad (6.7)$$

где W_K — запас влаги в почве в момент полного ее оттаивания, мм; ξ — параметр, меньший единицы.

Потери на испарение E . Испарение с талой и промерзшей почвы, освободившейся от снега, рассчитывают по следующей зависимости:

$$E = k_2 D \exp[-(\omega_{\max} - \omega_T)/\omega_{\max}], \quad (6.8)$$

где E в мм/ч; D — дефицит влажности воздуха, гПа; k_2 — параметр, равный испаряемости при единичном дефиците, мм/(гПа·ч).

Внутрипочвенный сток (q_I) и отток влаги (q_H) в нижележащий слой. Для расчета этих составляющих используют зависимости, аналогичные формуле Аверьянова:

$$q_I = \chi i_0 (\omega_T/\omega_{\max})^{3,5}, \quad (6.9)$$

$$q_H = i_H (\omega_T/\omega_{\max})^{3,5}, \quad (6.10)$$

где q_I и q_H в мм/ч; χ — параметр меньше единицы, учитывающий дренированность водосбора; i_H — коэффициент фильтрации на нижней границе выделенного слоя, мм/ч.

Поверхностный сток. Поверхностный сток определяют по разности поступления и инфильтрации с учетом поверхностного задержания:

$$q_{\text{л}} = \begin{cases} (h_{\text{в}} - I)(1 - s_I), & I < h_{\text{в}}, \\ 0, & I \geq h_{\text{в}}, \end{cases} \quad (6.11)$$

где

$$s_I = \exp \left[-m \sum^t (h_{\text{в}} - I - E) \right];$$

$q_{\text{л}}$ — поверхностный сток, сформировавшийся на лесных участках, мм/ч; m — параметр поверхностного задержания воды, 1/мм.

При расчете поверхностного стока в поле учитывают то обстоятельство, что на части площади могут образовываться практически полностью водонепроницаемые слои почвы. Поэтому полагают, что инфильтрация осуществляется только на участках, где не образовался водонепроницаемый слой. Тогда для поверхностного стока с полевых участков можно записать

$$q_{\text{п}} = \begin{cases} (h_{\text{в}} - I) s_I f_{\text{к}} + h_{\text{в}} s (1 - f_{\text{к}}), & I < h_{\text{в}}, \\ h_{\text{в}} s (1 - f_{\text{к}}), & I \geq h_{\text{в}}, \end{cases} \quad (6.12)$$

где $s = 1 - \exp[-m \sum^t (h_{\text{в}} - E)]$, $f_{\text{к}}$ — доля площади полевых участков, на которой не образовался водонепроницаемый слой. Эту величину рассчитывают по уравнению

$$f_{\text{к}} = 1 - \exp(-\alpha_Z K_{\text{к}}) \sum_{i=1}^{\alpha_Z} (\alpha_Z K_{\text{к}})^{\alpha_Z - i} / \Gamma(\alpha_Z - i + 1), \quad (6.13)$$

где $\alpha_Z = 1/C_{\text{в}, Z}^2$ — параметр распределения глубины промерзания (обычно полагают равным 3); $K_{\text{к}} = U_{\text{к}} / (\omega_{\text{п}} Z_{\text{п}})$ (здесь $\omega_{\text{п}}$ и $Z_{\text{п}}$ — средние для полевых участков влажность почвы и глубина промерзания; $U_{\text{к}}$ — параметр, характеризующий критическое значение произведения влажности почвы на глубину промерзания, при превышении которого почва практически непроницаема, см).

Рассчитанный по соотношениям (6.11) и (6.12) поверхностный сток преобразуют в гидрограф в замыкающем створе с помощью линейной модели (2.8) с кривой добега (2.13). Аналогичным образом преобразуют внутрипочвенный сток, рассчитанный по соотношению (6.9).

6.1.2. Исходные данные, используемые в модели

В приведенных соотношениях модели непосредственно используют следующие гидрометеорологические данные: осадки (жидкие и твердые), температуру, дефицит влажности воздуха, запас воды в снеге и толщину слоя снега. Кроме того, в начальный момент расчета необходимо задать какую-либо характеристику влажности

почвы (в слое z) и возможный диапазон ее изменения в многолетнем разрезе. При определении параметров модели необходимо также задать расходы воды в замыкающем створе (выходные данные модели).

Следует заметить, что объем исходных данных зависит от решаемой задачи. Если расчеты ведут непрерывно для всего года, т. е. рассчитывают средний суточный расход дождевого, талого и тало-дождевого стока, то используют все перечисленные выше данные. При расчете только дождевого стока в период паводков данные о температуре воздуха и снежном покрове не используют.

Обычно принимают суточный интервал времени. Поэтому все данные, кроме данных о снежном покрове, должны быть представлены в виде средних суточных значений, осредненных для всего рассматриваемого водосбора. Для осреднения можно применять обычные приемы, рассмотренные в гл. 4. Данные о снежном покрове, полученные по снегосъемкам, осредняют отдельно для полевых и лесных участков. Если же водосбор практически полностью залесен (лесистость больше 0,8), можно использовать данные снегосъемок только для лесных участков и, наоборот, для практически полностью полевых водосборов (лесистость меньше 0,3) — только для полевых участков.

Начало расчета обычно выбирают в период летней межени после прохождения половодья, когда почва талая. Если имеются достаточно надежные наблюдения за влажностью почвы, они могут быть использованы в качестве характеристики начальной влажности почвы. В противном случае в качестве индекса увлажнения можно использовать средний за предшествующий месяц или средний за декаду расход воды. Следует стремиться, чтобы этот период осреднения не включал в себя спад половодья, а следовал непосредственно за ним. Такая характеристика увлажнения показательна для лесной зоны. Для более южных районов следует отдать предпочтение индексам увлажнения, рассчитываемым по осадкам (см. главу 5).

Переход от индекса увлажнения к начальной влажности почвы осуществляют с помощью зависимости

$$\omega_n = [0,2 + 0,4(Q_n - Q_{n, \text{мин}})/(Q_{n, \text{макс}} - Q_{n, \text{мин}})] \omega_{\text{макс}},$$

где Q_n — индекс увлажнения, используемый в качестве характеристики начальной влажности; $Q_{n, \text{макс}}$ и $Q_{n, \text{мин}}$ — максимальное и минимальное значения этого индекса за имеющийся период наблюдений.

Так как используют осредненные данные, водосбор должен быть таким, чтобы осредненные величины были репрезентативны. При сильно выраженной неравномерности водосбор можно разбить на несколько подбассейнов, для которых имеются измерения расходов воды в замыкающих створах. Затем для каждого из этих подбассейнов задают различные средние значения входных данных и определяют параметры. Оптимальный размер водосборов для лесной зоны 5—10 тыс. км².

6.1.3. Определение параметров модели

Для расчета (прогноза) необходимо задать коэффициенты, входящие в уравнения (6.1) — (6.13). Это наиболее трудоемкий этап реализации модели, поэтому он может быть осуществлен только методами оптимизации с помощью специальной программы для ЭВМ (прил. 2.4).

Некоторые коэффициенты принимают одинаковыми для полевых и лесных участков. К ним можно отнести i_n — коэффициент фильтрации на нижней границе выделенного слоя почвы; ω_{\max} — максимально возможная для рассматриваемой почвы продуктивная влажность; k_2 — испаряемость при единичном дефиците влажности воздуха; ξ — параметр, учитывающий влияние грунтовых вод на инфильтрацию; ω_0 — влажность завядания; γ — водоудерживающая способность снега. Один коэффициент используют только при расчете для полевых участков (u_k — критическое значение произведения ωz для образования водонепроницаемых слоев).

Большая же часть коэффициентов может принимать различные значения для полевых и лесных участков; k — параметр, характеризующий сорбционные свойства почвы; χ — дренированность водосбора при образовании внутрпочвенного стока; i_0 — коэффициент фильтрации выделенного слоя почвы; m — параметр поверхностного задержания воды; τ_1 и n_1 — параметры трансформации поверхностной водоотдачи; τ_2 , n_2 — параметры трансформации внутрпочвенной водоотдачи; a — коэффициент стаивания снега; α — параметр кривой распределения снежного покрова; ρ — плотность почвы.

Следовательно, число определяемых коэффициентов сильно зависит от особенностей рассматриваемого водосбора, в частности от его лесистости.

Все коэффициенты разбивают на три группы.

1. Коэффициенты k , χ , i_0 , i_n , m , τ_1 , n_1 , τ_2 , n_2 ; U_k , ξ трудно измерить или вычислить прямым путем. Для их определения используют метод оптимизации с критерием качества:

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{TK_i - TN_i} \sum_{j=TN_i}^{TK_i} (Q_{\phi, i, j} - Q_{p, i, j})^2, \quad (6.14)$$

где N — число лет, включенных в оптимизацию; TN_i и TK_i — даты начала и конца оптимизации для i -го года; Q_{ϕ} и Q_p — фактические и рассчитанные расходы воды в замыкающем створе.

2. Коэффициенты ω_{\max} , k_2 , a , оказывающие большое влияние на суммарный сток и распределение его во времени, можно оценить по натурным измерениям либо по балансовым соотношениям.

Используя формулу Давыдова, коэффициент k_2 можно оценить по соотношению (если дефицит влажности воздуха выражен в гектопаскалях)

$$k_2 = 0,008(1 + 0,51\bar{u}), \quad (6.15)$$

где \bar{u} — средняя многолетняя скорость ветра для рассматриваемого района на высоте флюгера, м/с. Для лесной зоны европейской части СССР значение k_2 можно принять равным 0,024 мм/ч (при $\bar{u}=4$ м/с).

Для оценки коэффициента стаивания в поле и в лесу можно использовать графики связи максимальных запасов воды в снеге с суммой положительных значений температуры от начала таяния до схода снега на 50 % площади. Тангенс угла наклона этой связи равен коэффициенту стаивания a . Такой график связи лучше строить не по средним для водосбора данным, а по отдельным станциям, помещаемым на одну связь.

Коэффициент ω_{\max} можно оценить по данным измерений воднофизических характеристик почвы.

Полученные таким образом оценки коэффициентов k_2^* , a^* , ω_{\max}^* могут оказаться недостаточно точными для конкретного небольшого водосбора из-за влияния различных местных особенностей. В связи с этим после определения параметров первой группы осуществляют оптимизацию параметров и первой и второй группы.

3. Коэффициенты ω_0 , γ , ρ , α оказывают значительно меньшее влияние на гидрограф в замыкающем створе. Ошибки при их задании не могут сильно сказаться на результатах расчета. Поэтому эти константы не оптимизируют, а оценивают по данным натуральных измерений (ω_0 и ρ) либо с учетом рекомендаций, приведенных в п. 4.1 (γ и α).

Для надежного определения параметров необходимо привлечь данные за 8—12 лет. Этот ряд должен включать в себя экстремальные случаи формирования стока на данном водосборе (низкие и высокие коэффициенты стока, большие и малые значения снеготпасов и т. д.). Необходимо также выбрать показательную характеристику начального влагосодержания.

Оценку коэффициентов осуществляют по следующей схеме:

1. Задают оценки коэффициентов второй и третьей группы;

2. Выбирают начальные значения параметров первой группы.

От выбора начальных значений во многом зависит надежность получения оптимальных оценок параметров. При выборе начальных значений можно руководствоваться следующим. Значения параметров τ_1 и n_1 находят из сопоставления графиков хода осадков (весной — температуры) и гидрографов в замыкающем створе. Произведение $\tau_1 n_1$ близко к разности абсцисс центров тяжести этих графиков. Начальное значение n_1 можно принять равным 2—3 для плавных гидрографов и 5—6 для гидрографов с острыми пиками. Для внутрпочвенного стока параметр n_2 можно принимать равным единице, а τ_2 — близким к произведению $\tau_1 n_1$. Параметры i_0 , i_H , m можно оценить по данным о гидрофизических характеристиках почв, характерных для данного водосбора, причем $m=1/P_0$ (где P_0 — максимально возможный слой поверхностного

задержания). Значительно сложнее задать начальные значения параметров k , χ , ξ , U_K .

Исходя из опыта использования модели для рек лесной зоны, можно рекомендовать начальные значения, приведенные в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Рекомендуемые начальные значения параметров

Параметр	Единица величины	Лес	Поле
k	ч/см	4,0	1,5
χ	—	0,1	0,5
ξ	—	0,1	0,1
U_K	см	—	14,0
i_0	мм/ч	1,0	0,6
i_H	мм/ч	0,1	0,1
t	1/мм	0,04	0,06

3. Выбранные для анализа годы разбивают на две выборки: калибровочную (3—5 лет) и проверочную (5—7 лет). Желательно, чтобы в обеих выборках были экстремальные годы.

4. По калибровочной выборке осуществляют оптимизацию параметров первой группы и по полученным оптимальным оценкам осуществляют расчеты для проверочной выборки.

5. Сравнивают нормированные критерии качества для обеих выборок:

$$K_1/\sigma_1^2 \cong K_2/\sigma_2^2, \quad (6.16)$$

где K_1 и K_2 — критерии качества для первой и второй выборки; σ_1 и σ_2 — средняя квадратическая изменчивость фактических расходов для каждой из этих выборок.

Если оценки различаются значительно, процедуру оптимизации повторяют с третьего пункта, изменив состав выборок.

Если ни одна из перегруппировок выборок не приводит к улучшению, повторяют процедуру калибровки со второго пункта, изменив начальные значения параметров.

Если оценки (6.16) близки, переходят на шестой пункт.

6. Повторяют процедуру калибровки с четвертого пункта, включив в оптимизацию параметры первой и второй группы одновременно. Полученные после этого параметры принимают в качестве оптимальных и в дальнейшем считают постоянными для всех лет.

Пример 6.1. Разработка метода прогноза ежедневных расходов воды для небольшой реки (на примере р. Нея до д. Буслаево).

Площадь водосбора 5700 км², лесистость 0,8. Бассейн располо-

жен в лесной зоне и характеризуется довольно устойчивым залеганием снежного покрова, оттепели непродолжительные и наблюдаются главным образом осенью при установлении снежного покрова. Дождевые паводки проходят в основном в период спада половодья. В отдельные годы наблюдаются снегодождевые паводки в осенне-зимний период. Уровни грунтовых вод в период весеннего половодья подходят довольно близко к поверхности и могут оказывать заметное влияние на сток. Для большинства лет характерно глубокое промерзание почвы, однако в отдельные годы глубина промерзания может составлять 25—30 см.

Для осреднения данных об осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, а также о толщине слоя снега и запасе воды в нем используем наблюдения на пяти станциях. Расчетный интервал времени принимаем равным одним суткам.

Исходные данные выбираем за 12 лет (с 1964 по 1976 г.). Наблюдательные станции расположены достаточно равномерно по водосбору, поэтому средние по водосбору ежедневные данные определяем как среднее арифметическое из показаний всех станций. По всем годам расчеты начинаем с 1/VIII и заканчиваем 31/VII следующего года (длина выборки за один год не должна превышать 365 точек). Данные о снежном покрове осредняем по данным снегосъемок, начиная с даты устойчивого перехода температуры воздуха через 0°C. Так как снегосъемки проводят не ежедневно, средние по станциям значения определяем на даты снегосъемок, а затем интерполируем их таким образом, чтобы получить значения по пятидневкам. При интерполяции используем ежедневные данные об осадках и температуре воздуха. Так как бассейн почти полностью облесен, характеристики снежного покрова определяем только по измерениям на лесных маршрутах. Лишь максимальный снегозапас определяем отдельно для полевых и лесных маршрутов.

В качестве характеристики начального увлажнения почвы (1 августа) примем средний за июль расход воды. Опыт показывает, что для лесной зоны такая характеристика достаточно показательна.

Для анализа условий формирования стока и выбора лет, включаемых в оптимизацию, привлекаем также данные о глубине промерзания (в бассейне имеются два пункта) и рассчитываем составляющие баланса за период половодья (табл. 6.2): максимальный запас воды в снеге для поля $S_{\text{макс, п}}$ и для леса $S_{\text{макс, л}}$, количество осадков от даты наступления $S_{\text{макс, л}}$ до даты схода снега в лесу P_1 , количество осадков от даты схода снега в лесу до даты окончания половодья P_2 , объем стока за половодье Y , средний за июль расход воды \bar{Q}_{VII} , глубину промерзания почвы Z , коэффициент стока за половодье $\eta = Y(0,8S_{\text{макс, л}} + 0,2S_{\text{макс, п}} + P_1)$.

Как видно из данных таблицы, взятая для расчетов выборка охватывает большой диапазон изменения основных характеристик, влияющих на формирование потерь, и включает в себя годы с очень большими и малыми коэффициентами стока.

Таблица 6.2

Некоторые характеристики весеннего половодья и начальная влажность почвы для р. Нея — д. Баслаево

Год	$S_{\text{макс, л}}$ мм	$S_{\text{макс, п}}$ мм	P_1 мм	P_2 мм	Y мм	\bar{Q}^{VII} м ³ /с	Z см	η
1965	155	134	15	82	106	16	52	0,64
1966	205	192	52	39	205	25	35	0,80
1967	123	88	22	42	24	15	109	0,17
1968	192	163	70	34	130	15	28	0,50
1969	120	87	17	76	105	26	102	0,81
1970	147	117	27	78	142	27	81	0,84
1971	138	97	49	96	98	18	87	0,54
1972	123	62	19	80	98	15	72	0,75
1973	136	114	20	24	72	11	64	0,47
1974	166	159	69	128	204	11	43	0,87
1975	125	109	26	15	54	15	43	0,36
1976	174	148	85	64	134	38	23	0,53

Подготовленные исходные данные набиваем на перфокарты и записываем на магнитные носители ЭВМ в соответствующих форматах.

Определение параметров модели. При указанной лесистости можно пренебречь влиянием различий формирования стока в поле и в лесу. Поэтому нужно определить параметры только для лесной части водосбора, кроме коэффициента стаивания, который всегда различен для леса и для поля. Будем действовать в соответствии со схемой определения параметров, изложенной в п. 6.13.

1. Оценим параметры второй и третьей группы: $w_{\text{макс}}$, k_2 , a , w_0 , γ , ρ , α . По данным измерений водно-физических характеристик почв в этой зоне (например, из справочников «Водные ресурсы Нечерноземной зоны Европейской территории СССР» или «Агрофизические характеристики почв Нечерноземной зоны Европейской территории СССР») можно задать параметры $w_{\text{макс}}=0,4$, $w_0=0,1$ и $\rho=1,3$ г/см³. Водоудерживающую способность снега, как отмечалось выше, примем равной $\gamma=0,13$, а параметр кривой распределения снега $\alpha=11$, что соответствует коэффициенту вариации запаса воды в снеге по площади, равному 0,3. Коэффициент k_2 в соответствии с выражением (6.15) принимаем равным 0,027 мм/(гПа·ч). Коэффициент стаивания для лесных участков определим по связи слоя воды, стаявшего за некоторый промежуток времени, с суммой положительных значений температуры за этот же период.

При выборе промежутка времени суммирования температуры ориентируемся на одну из последних снегосъемок, когда прокрытость была близка к 10 баллам. Полученная зависимость $S=f(\sum T_+)$ показана на рис. 6.2. Тангенс угла наклона этой связи

равен коэффициенту стаивания. В данном случае он оказался равным $a_{\text{л}}=1,5$ мм/(°С·сут). Коэффициент стаивания для полевых участков в соответствии с имеющимися в литературе оценками приемем равным 4 мм/(°С·сут).

2. Начальные значения параметров первой группы принимаем в соответствии с данными табл. 6.1 для лесных участков: $k=4$ ч/см, $\chi=0,1$, $\xi=0,1$, $i_0=1$ мм/ч, $i_{\text{н}}=0,1$ мм/ч, $m=0,04$ мм⁻¹. Параметры кривых добегаия, в соответствии с рекомендациями,

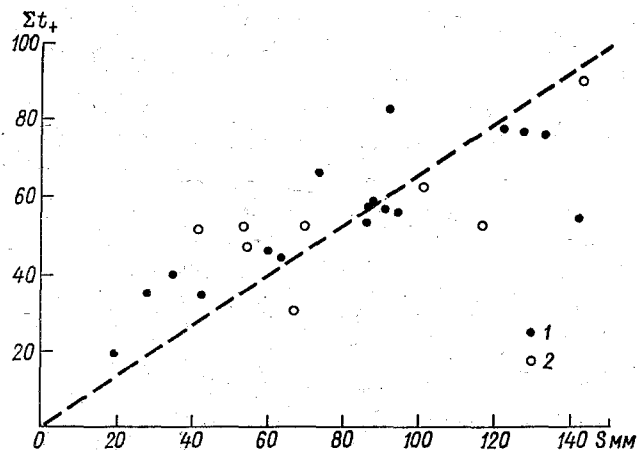


Рис. 6.2. Зависимость количества стаявшего снега от суммы положительных значений средней суточной температуры воздуха.

1 — по станциям Екимцево, Николо-Паломы, Макарьев; 2 — осредненные по водосбору.

данными в п. 6.1.3, приняты равными: $\tau_1=2$ сут, $n_1=3$, $\tau_2=6$ сут, $n_2=1$. Заметим, что τ_2 и n_2 в этом случае соответствуют кривой добегаия внутриводосборного стока.

3. В калибровочную группу включаем 1965, 1966, 1967, 1968 и 1970 гг., характеризующиеся разнообразием основных характеристик.

4. По программе (прил. 2.5) осуществляем оптимизацию десяти параметров первой группы (так как рассматриваем только лесные участки, параметр их не используем). Параметры, полученные в результате оптимизации приведены в табл. 6.3 (графа 5).

5. Нормированный критерий качества для калибровочной и проверочной выборок оказался одинаковым: $K_1/\sigma_1^2 = K_2/\sigma_2^2 = 0,14$. Следовательно, результаты оптимизации можно считать показательными для обеих выборок и можно перейти к шестому пункту.

6. К десяти оптимизированным ранее параметрам добавляем три параметра второй группы: $\omega_{\text{макс}}$, k_2 , $a_{\text{л}}$. Повторяем процедуру оптимизации. Результаты оптимизации приведены в графе 6 табл. 6.3. Значение нормированного критерия качества для калибровочной выборки несколько меньше (0,099), чем для конт-

Таблица 6.3

Результаты определения параметров модели

№ группы	Параметры	Единица величины	Значения параметров			
			начальные	1-й этап оптимизации	2-й этап оптимизации	3-й этап оптимизации
1	2	3	4	5	6	7
1	k	ч/см	4,0	3,96	3,34	4,40
1	λ	—	0,1	0,08	0,11	0,07
1	i_0	мм/ч	1,0	0,85	0,93	0,67
1	i_n	мм/ч	0,1	0,04	0,016	0,003
1	m	мм ⁻¹	0,04	0,033	0,042	0,038
1	τ_1	сут	2,0	1,93	1,69	1,43
1	n_1	—	3,0	3,23	3,66	4,40
1	τ_2	сут	6,0	4,01	1,07	0,12
1	n_2	—	1,0	1,57	2,70	4,18
1	ξ	—	0,1	0,0	1,02	0,67
2	ω_{\max}	—	0,4	—	0,41	0,55
2	K_2	мм/(гПа·ч)	0,027	—	0,036	0,036
2	a_l	мм/(гПа·сут)	1,5	—	1,70	1,70
2	a_p	мм/(гПа·сут)	4,0	—	—	—
3	ω_0	—	0,1	—	—	—
3	ϕ	—	0,13	—	—	—
3	ρ	г/см ³	1,3	—	—	—
3	α	—	11	—	—	—

рольной (0,126). Анализ показал, что наибольшая относительная ошибка была в 1976 г. (0,31). Меняем калибровочную группу (вместо 1968 г. включаем 1976 г.; остальные годы не меняем). Оптимизируем все 13 параметров по новой группе лет (табл. 6.3, графа 7). Суммарная погрешность расчета снизилась, а оценки для двух выборок оказались довольно близкими: $K_1/\sigma_1^2 = 0,096$, $K_2/\sigma_2^2 = 0,109$. Полученные в этом случае значения параметров были приняты для методики прогноза.

Краткосрочный прогноз расходов воды р. Нея — д. Буслаево. Для прогноза необходимо задать входные данные (температуру и дефицит влажности воздуха, а также осадки) на период заблаговременности. В данном случае значения температуры и дефицита влажности воздуха на период заблаговременности считаем постоянными, равными соответствующим значениям в день выпуска прогноза; осадки полагаем равными нулю.

Для повышения точности прогноза на 1—2 сут используем статистический алгоритм адаптации, описанный в п. 2.4.3.

С помощью соответствующей программы (прил. 2.8) составляем проверочные прогнозы ежедневных расходов воды по всем 12 годам. Расчеты показывают, что данная методика может быть использована для выпуска ежедневных прогнозов с заблаговременностью до 4 сут в период весеннего половодья и с заблаговременностью 2—3 сут в период прохождения дождевых паводков.

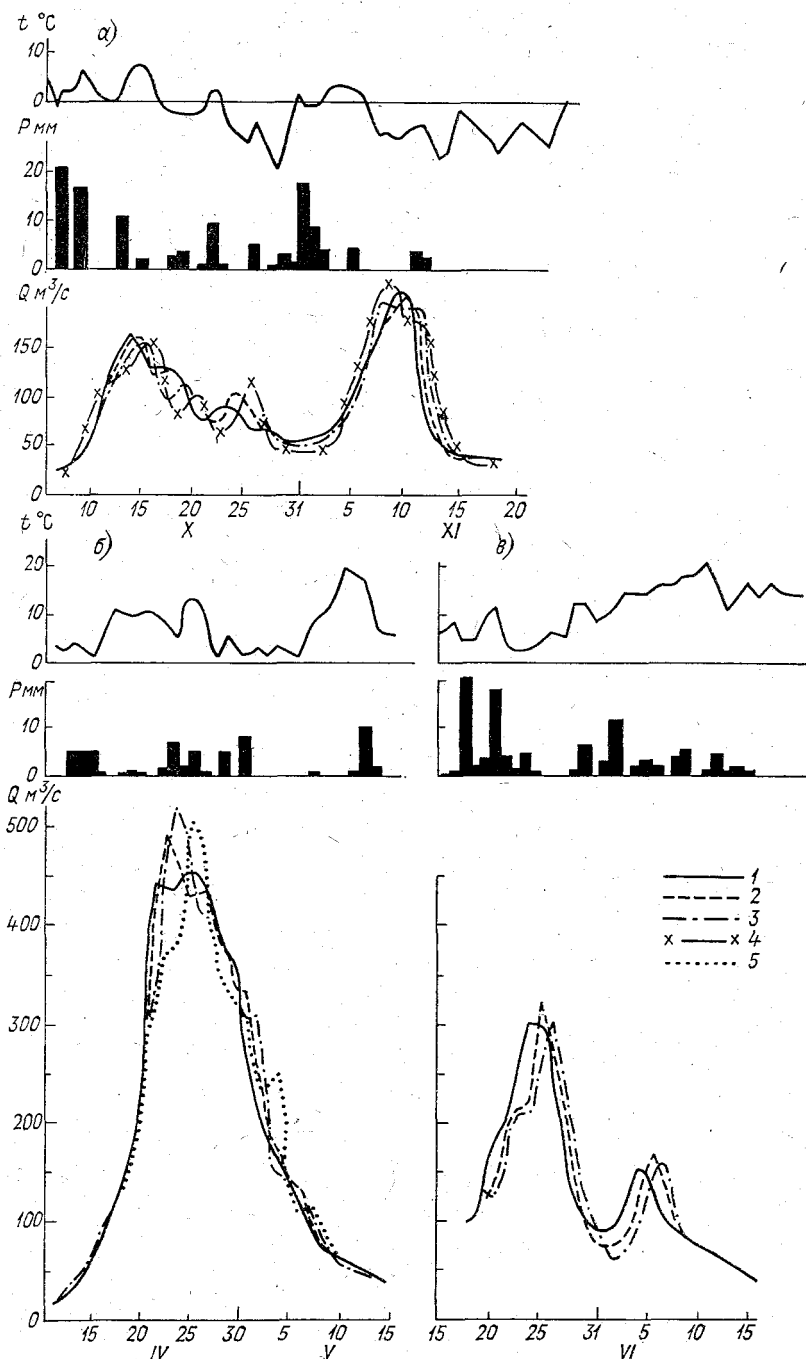


Рис. 6.3. Сопоставление фактических (1) и ожидаемых расходов воды с заблаговременностью 1 сут (2), 2 сут (3), 3 сут (4), 4 сут (5).
 а) тало-дождевой сток, б) талый сток, в) дождевой сток.

Средние за эти годы оценки прогноза (s/σ_0) для заблаговременности от 1 до 4 сут составили соответственно 0,60; 0,70; 0,67; 0,66. О вкладе алгоритма адаптации при выпуске прогноза различной заблаговременности можно судить по аналогичным оценкам, полученным без его учета, которые составили соответственно 1,14; 0,90; 0,72; 0,66.

На рис. 6.3 показаны результаты проверочных прогнозов различной заблаговременности для одного года, выпущенных в периоды формирования тало-дождевых паводков (осенью), весеннего половодья (талый сток) и дождевых паводков (летом).

Когда бы прогноз ни выпускали, входные данные используют начиная с 1/VIII по день выпуска прогноза, т. е. при каждом выпуске расчет начинают с одного и того же момента времени. Прогноз можно выпускать ежедневно либо с необходимой периодичностью, однако все входные данные и расходы воды в замыкающем створе должны быть заданы в виде непрерывных временных рядов.

В данном примере при составлении проверочных прогнозов использовали простой прием экстраполяции входных данных на период заблаговременности. В оперативной практике эффективность методики можно несколько повысить за счет использования краткосрочных метеорологических прогнозов, особенно прогноза температуры воздуха. Точность прогноза осадков низкая, поэтому при прогнозе дождевых паводков приходится ориентироваться в основном на естественную (обусловленную временем добегаания) заблаговременность.

6.2. Модель формирования гидрографа половодья на равнинных реках

Опыт показывает, что обоснованный прогноз расхода воды в замыкающих створах малых рек в весенний период получают благодаря предвычислению снеготаяния, потерь стока и добегаания воды, т. е. моделям, описывающим процесс формирования талого стока. Причем при использовании фактических исходных метеорологических данных заблаговременность предсказания расхода воды небольших равнинных рек с площадью 4—8 тыс. км² составляет 2—3 сут. При использовании прогноза метеорологических элементов на несколько суток заблаговременность прогноза расхода воды таких рек увеличивается до 5 сут, что имеет большое практическое значение.

6.2.1. Описание модели

Используют два варианта модели:

1) полный, когда все составляющие баланса и трансформацию водоотдачи бассейна рассчитывают отдельно для полевых и лесных участков. При ограниченной информации довольно часто потери стока принимают одинаковыми для всего бассейна;

2) неполный, который предусматривает расчет снеготаяния раздельный для полевых и лесных участков. Потери стока, водоотдачу и добегание к замыкающему створу принимают одинаковыми для всего бассейна.

Следует заметить, что оба варианта модели становятся совершенно одинаковыми, когда их используют при расчетах (прогнозе) расходов воды для открытых или полностью залесенных бассейнов рек. При построении модели для конкретных бассейнов допускают, что они более или менее однородны в гидрометеорологическом отношении. Поэтому при расчетах на крупных речных бассейнах необходимо их разделить на однородные (частные) водосборы.

Поступление воды на поверхность почвы. Реализованы два способа расчета. При расчете приведенной интенсивности снеготаяния и водоотдачи первым способом используют соотношения (4.4) — (4.7). Второй способ более строгий: при расчете интенсивности снеготаяния предусматривается учет влияния календарной даты и широты местности, а при расчете водоотдачи — снижение водоудерживающей способности снега в процессе таяния. Интенсивность снеготаяния для полевых участков рассчитывают по номограмме Шуляковского, представляющей собой зависимость вида

$$h_r = f(T, Д),$$

где T — средняя дневная или средняя суточная температура воздуха; $Д$ — дата, на которую рассчитывают интенсивность снеготаяния.

Для европейской части СССР эту зависимость можно аппроксимировать следующим выражением:

$$h_r = \begin{cases} (\alpha_n Д_{20} + b_n)(T + 0,02Д_{20} + 1,15) & \text{при } T > -2^\circ\text{C}, \\ 0 & \text{при } T \leq -2^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (6.17)$$

где T — средняя суточная температура воздуха; $Д_{20}$ — число суток от 20/II до даты расчета интенсивности снеготаяния; α_n и b_n — коэффициенты, определяемые по рис. 6.4 в зависимости от широты местности, для которой рассчитывают снеготаяние.

Для расчета водоотдачи снега используют уравнение

$$h_b = \begin{cases} \{[z_n - \gamma_n(1 - z_n)] - [z_{n-1} - \gamma_{n-1}(1 - z_{n-1})]\} S_{\text{макс}}, & \\ 0 & \text{при } z_n \leq z_0, \end{cases} \quad (6.18)$$

где $S_{\text{макс}}$ — запас воды в снеге к началу снеготаяния; z_n и z_{n-1} — соответственно относительное стаивание снега на данный и предшествующий дни; z_0 — относительная убыль снега, при которой начинается водоотдача; γ_n , γ_{n-1} — влагоемкость снега в n -й и $(n-1)$ -й дни.

Для расчета перечисленных переменных используют следующие соотношения:

$$z_n = \sum_{i=1}^n (h_{T,i} / S_{\text{макс}}), \quad (6.19)$$

$$z_0 = \begin{cases} 0,34\gamma_{\text{макс}} + 0,059 & \text{при } \gamma_{\text{макс}} \leq 0,28, \\ 0,25\gamma_{\text{макс}} + 0,083 & \text{при } \gamma_{\text{макс}} > 0,28; \end{cases} \quad (6.20)$$

$$\gamma_n = \begin{cases} (\gamma_{\text{макс}} - 0,06) \exp(-4z_n) + 0,06 & \text{при } \gamma_n \geq 0,063, \\ 0 & \text{при } \gamma_n < 0,063, \end{cases} \quad (6.21)$$

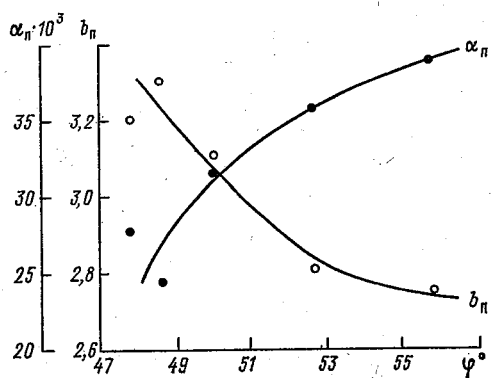


Рис. 6.4. Изменение коэффициентов α_n и b_n в зависимости от широты места.

где $\gamma_{\text{макс}}$ — максимальная влагоемкость снега перед началом снеготаяния при плотности ρ_0 , вычисляемая по уравнению

$$\gamma_{\text{макс}} = \exp(-4\rho_0) - 0,04. \quad (6.22)$$

Рассчитанную по уравнению (6.18) водоотдачу пересчитывают в поступление воды на поверхность почвы с учетом покрытости бассейна снегом:

$$h_n = h_b(1 - f_c), \quad (6.23)$$

где f_c — освободившаяся от снега площадь в долях единицы, определяемая по соотношению (4.7), приведенному в гл. 4.

Суммарные потери стока и приток воды к русловой сети. Суточные значения притока в период снеготаяния принимают пропорциональными действующей площади F_d в долях единицы:

$$q = h_n F_d. \quad (6.24)$$

Действующую площадь (иногда ее называют коэффициентом водоотдачи) рассчитывают по соотношению

$$F_d = 1 - \exp\left[-\left(\sum h_n\right) / \rho_{\text{макс}}\right], \quad (6.25)$$

где p_{\max} — параметр, характеризующий максимально возможные суммарные потери талых вод при данном предшествующем увлажнении m .

При возврате холодов во время снеготаяния ежедневные осадки, выпадающие при $t \leq 0^\circ\text{C}$, считают твердыми и прибавляют к запасам воды в снеге, а при $t > 0^\circ\text{C}$ — жидкими. Полагают, что потери жидких осадков в период снеготаяния такие же, как и потери талой воды.

Трансформация водоотдачи в гидрограф стока в замыкающем створе. Расход воды в замыкающем створе реки по полной и неполной схемам рассчитывают с использованием кривых добегания соответственно по уравнениям:

$$Q(t) = k_Q \left[\int_0^t p_{\text{п}} t (t - \xi) q_{\text{п}}(\xi) d\xi + \int_0^t p_{\text{л}} t (t - \xi) q_{\text{л}}(\xi) d\xi \right] + Q_{\text{гр}}, \quad (6.26)$$

$$Q(t) = k_Q \int_0^t p(t - \xi) q(\xi) d\xi + Q_{\text{гр}}, \quad (6.27)$$

где k_Q — коэффициент для перехода от миллиметров к кубическим метрам в секунду; индексы п и л показывают, что данные члены уравнений относятся к полевой и лесной частям бассейна; $Q_{\text{гр}}$ — грунтовая составляющая, которую принимают равной расходу воды в замыкающем створе перед началом снеготаяния. Для расчета кривых добегания используют двухпараметрическую функцию (2.13).

Расчеты ежедневных расходов воды в период половодья для частично залесенных бассейнов по полному варианту модели осуществляют в соответствии с блок-схемой, показанной на рис. 6.5.

6.2.2. Рекомендации по определению параметров и констант модели

Модель включает в себя пять параметров для открытой и залесенной частей бассейна: a — коэффициент стаивания, мм/(сут·°C); если для полевых участков снеготаяние рассчитывают по соотношению (6.17), то вместо a определяют коэффициенты $a_{\text{п}}$ и $b_{\text{п}}$; C_v — коэффициент вариации, характеризующий распределение снежного покрова по территории; p_{\max} — параметр, характеризующий потери талого стока за период половодья; n , τ — параметры кривой добегания.

Эти параметры (кроме параметра p_{\max}) принимают постоянными для данного бассейна. Параметр p_{\max} и входные данные (запасы воды в снежном покрове к началу снеготаяния, плотность снега перед началом снеготаяния, температура воздуха и осадки) меняются от года к году.

Рассмотрим подходы, используемые при определении параметров модели.

Коэффициенты стока определяют графически, как описано в п. 6.1.3 и примере 6.1.

Следует иметь в виду, что определенные таким образом коэффициенты стока являются осредненными за различные пе-

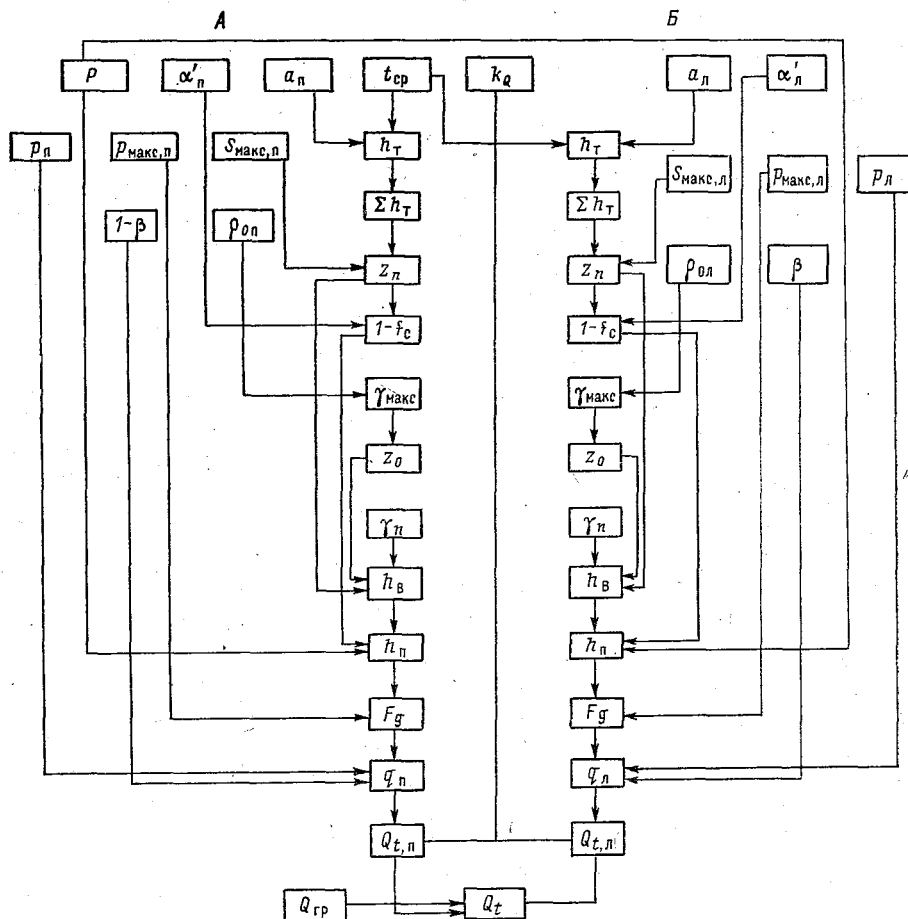


Рис. 6.5. Блок-схема расчета гидрографа весеннего стока для открытой (А) и лесной (Б) частей бассейна (полный вариант модели).

риоды снеготаяния и при расчете суточных значений могут быть неоптимальными. Поэтому их приходится уточнять путем сопоставления с данными снегосъемок.

Для бассейнов рек волжско-камских водохранилищ коэффициенты стока варьировали незначительно: для лесных участков в пределах 2,0—2,4 мм/(сут·°С), для открытых — от 4,0 до 4,4 мм/(сут·°С).

Если снеготаяние рассчитывают по соотношению (6.17), то неизвестные параметры a_n и b_n определяют по графику рис. 6.4 для

широты, примерно соответствующей расположению центра тяжести рассматриваемого водосбора.

Коэффициенты вариации снежного покрова на водосборе. Используются типовые кривые распределения снежного покрова (см. рис. 4.7), причем параметры распределения оценивают в соответствии с рекомендациями, данными в гл. 4. Полученные таким образом коэффициенты вариации снежного покрова по площади могут оказаться недостаточно точными для конкретного водосбора. Поэтому их уточняют методом подбора, суть которого сводится к следующему. Зная ход температуры воздуха и коэффициент сраивания, осуществляют расчет снеготаяния при различных коэффициентах вариации (в области полученного приближенного значения) до тех пор, пока рассчитанные даты схода снежного покрова не совпадут за ряд лет с наблюдаемыми. Значение коэффициента вариации, соответствующее этому случаю, принимают в качестве расчетного.

При таком подборе учитывают следующее:

— коэффициент вариации для большинства бассейнов лесной, лесостепной и степной зон европейской части СССР колеблется от 0,3 до 0,6;

— чем меньше C_v , тем быстрее сходит снежный покров;

— особая чувствительность результатов расчета проявляется при значениях $C_v < 0,35$, когда изменение C_v даже на 0,01 приводит к резкому снижению продолжительности таяния.

Параметры кривых добегаания. Определение параметров n и τ описано в п. 2.1.1.2. При этом для каждого бассейна задают информацию о входных и выходных значениях за 3—5 лет. В рассматриваемом случае входными данными являются: средне-взвешенная водоотдача бассейна в период снеготаяния (неполный вариант модели) или значения водоотдачи отдельно для поля и леса (полный вариант); выходными — гидрограф талого стока в замыкающем створе реки. При выборе начальных значений параметров следует учитывать размеры бассейна и общее время добегаания до замыкающего створа.

Так, например, при расчетах талого стока для 32 частных водосборов, расположенных в бассейне Волги, с площадью от 1,2 до 27 тыс. км² параметр n изменялся от 0,2 до 10, а τ_L — от 0,3 до 2,5 сут. Причем для этих водосборов прослеживается связь между площадью бассейнов и параметром n : с увеличением площади бассейна, как правило, растет значение n .

Параметр, характеризующий потери стока. Допускают, что параметр ρ_{\max} учитывает общие потери воды, идущие на испарение со снега и с освободившейся от снежного покрова поверхности бассейна в период снеготаяния, на заполнение поверхностной емкости водосбора и просачивание.

Для определения этого параметра используют два подхода, изложенные в п. 5.2: 1) по воднобалансовым зависимостям, применяемым для долгосрочного прогноза половодья; 2) по зависимостям ρ_{\max} от увлажненности бассейна и глубины промерзания,

построенным по архивным данным. В качестве характеристики увлажненности использовалась сумма расходов воды за три осенних месяца (сентябрь — ноябрь) либо за три зимних месяца (декабрь — февраль). Выбор одной из указанных характеристик увлажненности осуществляют с учетом тесноты связи $\rho_{\text{макс}}$ от каждой из этих характеристик.

Опыт показывает, что для различных частных водосборов бассейна Волги параметр $\rho_{\text{макс}}$ варьирует в довольно широких пределах: от нескольких единиц до нескольких сотен в зависимости от состояния увлажненности бассейна, промерзания почв и других факторов.

Пример 6.2. Схема прогноза расхода воды р. Оки у г. Орла. Бассейн р. Оки до г. Орла расположен в степной зоне Восточно-Европейской равнины и занимает площадь 4900 км², длина реки до г. Орла 114 км. Бассейн практически безлесен (коэффициент лесистости 0,04).

При разработке методики использовались материалы гидрометеорологических наблюдений за 1947—1965 гг. Материалы включают в себя следующие данные по бассейну:

- максимальные запасы воды в снеге,
- запасы воды в ледяной корке,
- осадки от даты максимального запаса воды в снеге до начала снеготаяния,
- ежедневные осадки за период снеготаяния и всего половодья,
- глубину промерзания почвы,
- содержание влаги в 100-сантиметровом слое почвы (индекс осеннего увлажнения),
- средние суточные значения температуры воздуха,
- плотность снежного покрова перед снеготаянием,
- скорость ветра и облачность,
- средний суточный расход воды у г. Орла за период половодья.

Во всех расчетах гидрографа половодья максимальные запасы воды в снежном покрове вычислены с учетом накопления снега в овражно-балочной сети. Для этого максимальные запасы, вычисленные по снегомерным съемкам умножали на коэффициент, равный 1,15.

В табл. 6.4 представлены основные составляющие водного баланса за половодье. Данные таблицы показывают, что все элементы водного баланса за многолетний период варьируют весьма значительно. В соответствии с этим значительно меняются от года к году коэффициенты стока за половодье.

Параметры, используемые при расчетах. В соответствии с рекомендациями, изложенными в п. 6.2.2, определены параметры и константы, необходимые для расчета половодья по снеготаянию.

Таблица 6.4

Средние значения составляющих водного баланса бассейна р. Оки до г. Орла за половодье, мм

Год	Запас воды в снежном покрове и ледяной корке к началу снеготаяния	Жидкие осадки за период снеготаяния	Количество воды, поступившей на бассейн за период снеготаяния	Сток за половодье без учета дождей после схода снежного покрова	Потери талых вод	Коэффициент талого стока
1947	150	10	160	133	27	0,83
1948	97	5	120	63	39	0,62
1949	73	13	86	40	46	0,46
1950	65	23	86	50	36	0,62
1951	87	54	140	115	25	0,82
1952	136	5	141	96	45	0,68
1953	69	1	70	55	15	0,79
1954	71	23	92	48	44	0,52
1955	96	27	121	80	41	0,87
1956	109	20	124	62	62	0,50
1957	140	1	141	40	101	0,28
1958	83	9	87	74	13	0,85
1959	68	2	70	54	16	0,77
1960	134	9	140	107	33	0,76
1961	43	25	68	25	43	0,36
1962	57	11	68	49	19	0,72
1963	108	12	120	117	3	0,98
1964	132	56	188	90	98	0,48
1965	52	13	65	36	29	0,55
Среднее	93	17	109	70	39	0,66

Для расчета снеготаяния использовано соотношение (6.17). Коэффициенты α_n и b_n определены по рис. 6.4 при $\varphi=53^\circ$ с. ш.

Параметр α' , характеризующий кривую распределения снежного покрова для поля, получен при коэффициенте вариации, равном 0,45. Полученные параметры помещены в табл. 6.5. Коэффициент для перевода расходов воды, выраженных в кубических метрах в секунду, в слой стока в миллиметрах зависит от площади водосбора и в данном случае равен $56,4 \text{ м}^3/\text{мм}$. Грунтовую составляющую считали постоянной для всего половодья и пола-

Таблица 6.5

Параметры, использованные в расчетах гидрографа половодья р. Оки у г. Орла

Параметр	Единица измерения	Значение параметра
α_n	мм/(сут. $^\circ\text{C}$)	0,036
b_n	—	2,85
α'	—	5,0
n	—	2,5
τ	сут	3,3

гали равной расходу воды, предшествующему дате начала половодья.

Схема краткосрочных прогнозов. При использовании рассмотренной модели расчета гидрографа для выпуска краткосрочных прогнозов расходов необходимо:

- построить зависимости для определения параметра $p_{\text{макс}}$;
- выбрать способ задания данных о температуре воздуха и осадках на период заблаговременности;

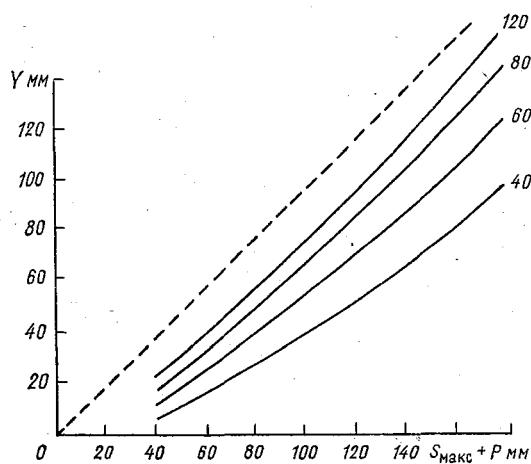


Рис. 6.6. Зависимость весеннего стока Y р. Оки у г. Орла от общих осадков $S_{\text{макс}} + P$ и индекса осеннего увлажнения I_W .

Цифры у линий — индекс осеннего увлажнения почвы.

— задать процедуру коррекции прогнозов по данным о фактических расходах воды.

Параметр $p_{\text{макс}}$ определяли по ожидаемому объему стока за половодье, найденному по зависимости последнего от снеготаяния к началу снеготаяния, сложенных с осадками за период снеготаяния, и осеннего увлажнения I_W (рис. 6.6). В качестве характеристики осеннего увлажнения использовали запас влаги в 100-сантиметровом слое почвы. При определении ожидаемого стока за половодье по графику 6.6 осадки за период снеготаяния принимали равными их норме.

В данной схеме использовали прогнозы осадков и температуры воздуха с заблаговременностью до 4 сут, т. е. на период заблаговременности задавали ожидаемые их значения. Коррекцию осуществляли по величине ошибки в день выпуска прогноза. Методика такой коррекции изложена в п. 2.4.3, соотношение (2.49).

6.3. Модель формирования дождевых паводков на горных водосборах

6.3.1. Структура модели

Модель учитывает особенности горных водосборов, для которых характерно образование подповерхностного стока. Речной водосбор представлен линейной системой с сосредоточенными параметрами, состоящей из трех условных емкостей, в которых происходит образование и регулирование поверхностного, подповерхностного и грунтового стока. Расчетные выражения модели описывают основные элементарные процессы, происходящие на водосборе и в руслонной сети: испарение, поверхностное задержание, впитывание воды в почву, накопление ее в почвогрунтах, водоотдачу и стекание поверхностного и подповерхностного стока.

Входными данными модели служат средние по водосбору значения интенсивности осадков $P(t)$, дефицита влажности воздуха $D(t)$, скорости ветра $v(t)$, а также расход воды в замыкающем створе Q_{t_0} в начале расчетного периода (предпаводочный).

Интенсивность испарения рассчитывают по уравнению

$$E(t) = [k_1 + k_2 v(t)] D(t) \exp[-d(t)/W_{\max}], \quad (6.28)$$

где $d(t)$ — дефицит влажности почвы; $D(t)$ и $v(t)$ — дефицит влажности воздуха и скорость ветра; k_1, k_2 — коэффициенты зависимости для расчета испаряемости; W_{\max} — максимальная влагоемкость слоя почвы, в котором формируется подповерхностный сток.

При отсутствии сведений о скорости ветра второе слагаемое в уравнении (6.28) исключают.

Интенсивность инфильтрации рассчитывают следующим образом:

$$I(t) = \begin{cases} q_2(t) + h(t) + \Delta d(t) + i_0, & P(t) - E(t) > I(t), \\ P(t) - E(t), & P(t) - E(t) \leq I(t), \end{cases} \quad (6.29)$$

где $q_2(t)$ — подповерхностная водоотдача; $h(t)$ — задержание воды в почве; $\Delta d(t)$ — изменение увлажненности водосбора за счет оттока воды; $P(t)$ — осадки; i_0 — параметр, характеризующий отток влаги из нижнего слоя почвы. Входящие в это соотношение функции $q_2(t)$, $h(t)$ и $\Delta d(t)$ определяют из выражения

$$\Delta d(t) = k_5 \exp[-0,10d(t - \Delta t)] [W_{\max} - d(t - \Delta t)], \quad (6.30)$$

причем

$$d(t) = \begin{cases} \sum_{\tau=0}^t [E(\tau) + \Delta d(\tau) + i_0 - h(\tau)] \Delta t, & P(\tau) > 0, \\ \sum_{\tau=0}^t [E(\tau) + \Delta d(\tau)] \Delta t, & P(\tau) = 0; \end{cases} \quad (6.31)$$

$$h(t) = \begin{cases} \frac{d(t - \Delta t)}{k_3}, & h(t) < P(t) - E(t), \\ P(t) - E(t), & h(t) \geq P(t) - E(t); \end{cases} \quad (6.32)$$

$$q_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{k_3} (W_{\text{макс}} - 0,5 [d(t) + d(t - \Delta t)]), & q_2(t) \leq P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \\ P(t) - E(t) - h(t) - i_0, & q_2(t) > P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \end{cases} \quad (6.33)$$

где k_5, k_3 — параметры, зависящие от водно-физических свойств почвы (водопоглощения, влагоемкости, водоотдачи).

Интенсивность поверхностной водоотдачи

$$q_1(t) = [P(t) - E(t) - I(t)] \eta \{1 - \exp[-mW(t)]\}, \quad (6.34)$$

где η и m — параметры, характеризующие действующую площадь и вместимость бессточных углублений; W — общее увлажнение водосбора, которое рассчитывают как

$$W(t) = \sum_{\tau=0}^t [P(\tau) - E(\tau) - I(\tau) + h(\tau)] \Delta t.$$

Для расчета грунтового стока используют выражение

$$Q_3(t) = \begin{cases} i_0, & P(t) > 0 \text{ или } q_1(t) > 0, \\ R^{t-1} i_0, & P(t) = q_1(t) = 0, \end{cases} \quad (6.35)$$

где R — параметр кривой истощения подповерхностного стока.

Разгрузка запасов воды, накопившихся в речной сети бассейна до начала расчетного периода,

$$Q_R(t) = R^t [Q_{t_0} - Q_3(0)], \quad (6.36)$$

где $Q_3(0)$ — грунтовый сток в начале расчета, определяемый из соотношения (6.35) при $t=0$.

Сток в замыкающем створе

$$\tilde{Q}(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + Q_3(t) + Q_R(t), \quad (6.37)$$

где $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$ — трансформированные по линейной модели (2.8) поверхностная и подповерхностная водоотдача с кривой добегаания (2.13).

6.3.2. Определение параметров модели

При подготовке исходных данных для определения параметров модели необходимо учитывать следующее.

Расчет увлажненности водосбора выполняется непрерывно, начиная с конца паводка, предшествующего расчетному, либо с конца весеннего половодья, когда влажность почвы может быть

принята близкой к максимально возможной. Поэтому временные ряды исходных данных по каждому паводку должны включать в себя предпаводочный период и непосредственно период формирования и прохождения паводка.

Расчетный интервал времени необходимо назначать одинаковым для всех гидрометеорологических переменных. Его принимают таким образом, чтобы без существенных искажений описать паводочную волну. Это условие выдерживается в том случае, если расчетный интервал равен примерно 0,20—0,25 продолжительности подъема паводка. Однако исходные данные за предпаводочный период не обязательно детализировать во времени. Например, при расчетном интервале 3—12 ч их можно представить суточными суммами осадков и средними за сутки значениями дефицита влажности воздуха и скорости ветра.

Методология определения параметров, полученная на основании опыта использования модели на горных водосборах Карпат, сводится к следующему:

а) значения четырех параметров модели (k_1 , k_2 , i_0 , R) рассчитывают по материалам гидрометеорологических наблюдений и в дальнейшем считают их постоянными;

б) для остальных параметров (τ_1 , n_1 , τ_2 , n_2 , $W_{\text{макс}}$, k_3 , η , m), значения которых находят путем оптимизации, на основе гидрометеорологических наблюдений определяют их приближенные начальные значения и пределы возможных изменений в конкретных условиях;

в) при оптимизации параметров применяют метод декомпозиции, т. е. рассматривают отдельные процессы стокообразования при исключении других.

Значения коэффициентов k_1 и k_2 определяют по данным наблюдений за испарением с водной поверхности или суши в пределах изучаемой территории. По территории эти коэффициенты меняются не очень сильно и их можно принимать постоянными для однородных географических регионов. Для района Карпат, например, $k_1=0,008\Delta t$ и $k_2=0,003\Delta t$ (где Δt — расчетный интервал времени в часах). При использовании для расчета испарения лишь данных о дефиците влажности воздуха коэффициент k_1 необходимо увеличить на величину $k_2\bar{v}/\Delta t$ (\bar{v} — средняя многолетняя скорость ветра в рассматриваемом районе). Для Карпат в этом случае $k_1=0,019\Delta t$.

Значения коэффициентов фильтрации i_0 устанавливают, ориентируясь на нижнюю часть кривой спада, когда прекращается поступление воды к замыкающему створу за счет поверхностного и подповерхностного стока. Коэффициент i_0 полагают равным расходу воды в этот момент времени, выраженному в миллиметрах слоя за расчетный интервал времени. Для горных водосборов Карпат параметр i_0 колеблется в пределах 0,03—0,08 мм/ч.

Значение параметра кривой истощения R довольно легко можно определить путем построения зависимости $Q(t+\Delta t)=f[Q(t)]$ для нижней части ветви спада гидрографа за ряд паводков. По полу-

ченным точкам проводят прямую, тангенс угла наклона которой будет равен R .

Приближенные оценки и пределы возможных изменений параметров кривых добегания (τ_1, n_1 и τ_2, n_2) устанавливают исходя из временного сдвига между центрами тяжести графиков осадков и гидрографов, соответственно при высоких и низких паводках.

Приближенные оценки параметров $W_{\text{макс}}$ и k_3 могут быть определены по максимальным расходам воды низких паводков, когда преобладает подповерхностный сток, верхний предел которого равен отношению $W_{\text{макс}}/k_3$. Полагая, что максимальные расходы этих паводков сформировались за счет подповерхностного стока, находим отношение $W_{\text{макс}}/k_3$, приравняв его максимальному расходу из выбранных низких паводков, выраженному в миллиметрах за расчетный интервал времени. Параметр $W_{\text{макс}}$ оцениваем по данным о наибольшей влагоемкости верхнего 30-сантиметрового слоя почвы, а зная отношение $W_{\text{макс}}/k_3$, рассчитываем параметр k_3 . На карпатских водосборах $W_{\text{макс}}/k_3 = 1,3 \dots 1,7$ мм/ч.

Начальное значение параметра η принимают равным коэффициенту стока высоких паводков. Для Карпат, например, они равны 0,60—0,80. Параметр m по фактическим данным для дождевых паводков оценить трудно, поэтому рекомендуется его начальное значение выбирать в диапазоне 0,030—0,100.

После этого параметры $\tau_1, n_1, \tau_2, n_2, W_{\text{макс}}, k_3, \eta, m$ уточняют с помощью метода оптимизации. Применение метода декомпозиции при оптимизации параметров облегчается тем, что есть возможность отобрать реализации, существенно отличающиеся по условиям формирования паводков — с различным удельным весом подповерхностной составляющей. Процесс оптимизации параметров модели выполняют в четыре этапа (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Схема поэтапной оптимизации параметров

Этап	Параметры		
	оптимизируемые	участвующие в расчетах без изменения их значений	исключенные из расчета
Гидрографы низких паводков			
I	$k_3, k_5, W_{\text{макс}}, \tau_2, n_2$	k_1, k_2, i_0, R	η, m, τ, n_1
Гидрографы низких и высоких паводков			
II	η, τ_1, n_1	$k_1, k_2, k_3, k_5, W_{\text{макс}}, i_0, R, \tau_2, n_2$	m
III	$k_3, \eta, m, \tau_1, n_1$	$k_1, k_2, k_5, W_{\text{макс}}, i_0, R, \tau_2, n_2$	—
IV	$k_5, \eta, m, \tau_1, \tau_2, n_1, n_2$	$k_1, k_2, k_3, W_{\text{макс}}, i_0, R$	—

На первом этапе в оптимизацию включают низкие паводки, когда в дождевом стоке преобладает подповерхностная составляющая. Начиная со второго этапа, к оптимизации привлекают также высокие паводки, когда существенный вес в формировании их пиковой части приобретает поверхностный сток. Согласно табл. 6.6, часть параметров (от 3 до 7) оптимизируют, а часть сохраняют постоянными. Последним присваивают значения, полученные на предыдущем этапе оптимизации.

Чтобы повысить надежность определения параметров, рекомендуется проводить их оптимизацию одновременно по нескольким паводкам. Оценка результатов оптимизации осуществляют по степени сходимости рассчитанных и наблюдаемых гидрографов. В качестве критерия оптимизации используют сумму квадратов отклонений рассчитанных расходов воды от наблюдаемых:

$$K = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{T_i} (Q_{i,j} - \tilde{Q}_{i,j}), \quad (6.38)$$

где N — количество паводков, T_i — количество ординат i -го паводка.

Расчет гидрографа паводка по модели и процедура определения ее параметров оформлены в виде стандартных программ для ОФАП (прил. 2.5, 2.6).

Пример 6.3. Расчет гидрографа р. Опор у г. Сколе ($F = 733 \text{ км}^2$) во время паводка в июне 1969 г. Вначале определяем параметры описанной модели с помощью программы (прил. 2.5).

Учитывая интенсивность стокообразования на этом горном водосборе, принимаем 3-часовой расчетный интервал времени; для предпаводочного периода — суточный. Средние по бассейну значения метеорологических элементов рассчитываем как средневзвешенные по данным наблюдений в пяти (осадки) и трех (дефицит влажности воздуха и скорость ветра) пунктах. Осадки по 3-часовым интервалам определяем по данным самописцев дождя. Для оптимизации выберем девять паводков различной высоты. Начальные значения параметров оценим в соответствии с рекомендациями, данными в п. 6.3.2. Процедуру определения оптимальных параметров построим аналогично табл. 6.6. В табл. 6.7 приведены оптимальные параметры, полученные после четвертого этапа оптимизации.

Используя эти параметры и входные данные, рассчитаем гидрограф паводка, прошедшего с 8 по 10/VI 1969 г., с помощью программы прил. 2.6. Расчеты для предшествующего паводку периода были начаты с 1/V. Результаты расчета показаны на рис. 6.7.

При выпуске краткосрочного прогноза водоотдачу на период заблаговременности рассчитывают путем экстраполяции по одному из рассмотренных в п. 2.4.2 способов. Экстраполяция более

эффективна при наличии сведений о вероятной тенденции в изменении интенсивности осадков.

Для уменьшения ошибки прогноза используем простой прием, основанный на учете тенденции в изменении ошибки прогноза непосредственно перед его выпуском:

$$\Delta Q(\delta \Delta t) = -0,8^{\delta-1} \{0,5 [\Delta Q(0) + \Delta Q(-\Delta t)] + 0,8 [\Delta Q(0) - \Delta Q(-\Delta t)]\}, \quad (6.39)$$

где $\Delta Q(\delta \Delta t)$ — поправка к прогнозу δ -й заблаговременности, $\Delta Q(0)$ и $\Delta Q(-\Delta t)$ — ошибки прогноза за два момента времени перед выпуском прогноза.

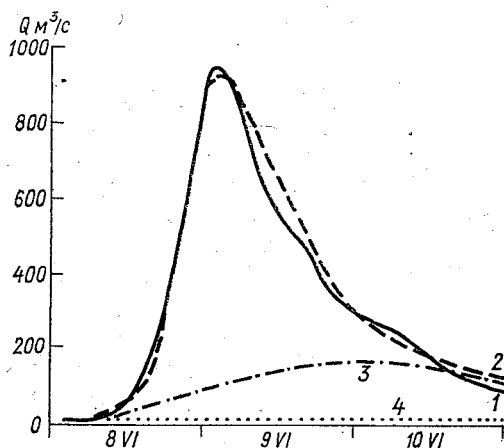


Рис. 6.7. Фактический (1) и рассчитанные гидрографы дождевого паводка на р. Опор и у г. Сколе (2 — суммарный, 3 — поверхностного стока, 4 — грунтового стока).

Таблица 6.7

Оптимальные значения параметров математической модели формирования дождевого стока для бассейна р. Опор у г. Сколе

Символ параметра	Значение параметра	Символ параметра	Значение параметра
k_1	0,025	η	0,810
k_2	0,010	m	0,035
k_3	13,92	τ_1	1,23
k_5	0,077	τ_2	6,39
$W_{\text{макс}}$	69,53	n_1	2,53
i_0	0,12	n_2	1,75
R	0,974		

6.4. Модель формирования весенне-летнего стока на горных водосборах

Модель разработана с использованием данных, относящихся к территории Средней Азии и, как показал опыт применения модели для расчета гидрографов, лучшие результаты достигаются

для рек со сравнительно небольшим количеством жидких осадков, выпадающих на свободную от снега поверхность бассейна. Из-за редкой сети наблюдательных станций в горах расчеты с помощью этой модели менее точны аналогичных расчетов для равнинных водосборов.

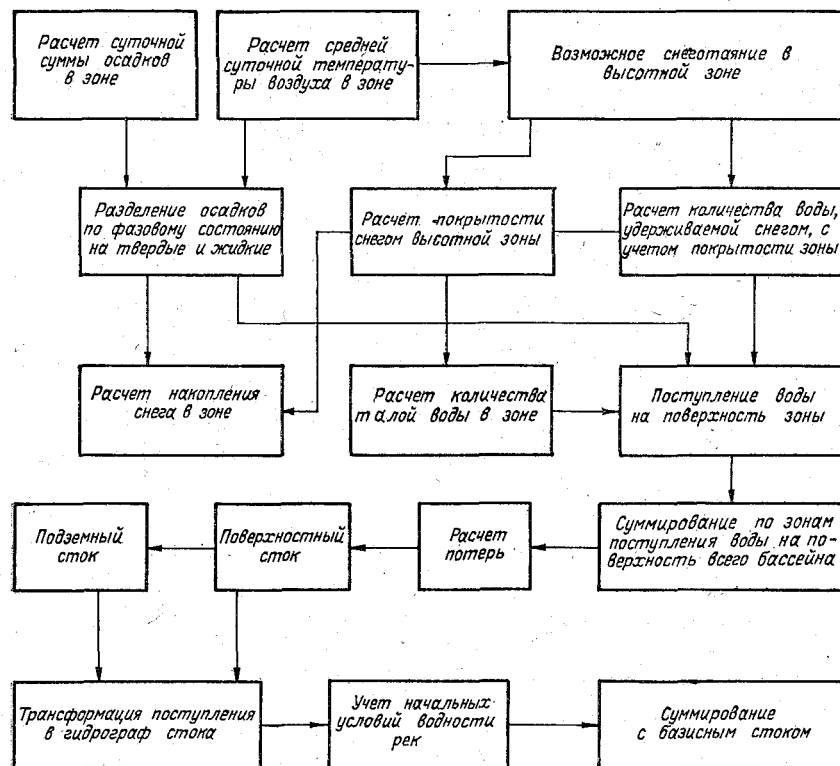


Рис. 6.8. Блок-схема модели формирования стока в бассейне горной реки.

Для разработки на основе модели методики краткосрочных прогнозов расхода воды необходимы ряды наблюдений за 10—15 лет, которые должны включать в себя: суточную сумму осадков, среднее суточное значение температуры воздуха, ежедневный расход воды в створах, по которым необходим прогноз. Кроме того, желательно иметь измерения запаса воды в снежном покрове и наблюдения за покрытостью бассейна снегом по высотным зонам. Из физико-географических характеристик важнейшей является гипсографическая кривая бассейна в целом и его частей, если расчеты производят для каждой из этих частей отдельно. Используемое число станций определяется существующей гидрометеорологической сетью, кроме нерепрезентативных. Целесообразно также привлекать данные наблюдений по суммарным

осадкомерам на тех высотах, где обычные станции и посты отсутствуют.

При выпуске прогноза ежедневных расходов воды, как правило, приходится использовать метеорологические прогнозы температуры воздуха и осадков на несколько суток. Поэтому точность прогноза средних суточных расходов воды с заблаговременностью до 5 сут в значительной мере зависит от успешности метеорологических прогнозов.

Модель состоит из двух основных блоков: 1) расчет накопления снега и поступления талой и дождевой воды на поверхность бассейна; 2) расчет потерь и трансформации водоотдачи бассейна в гидрограф стока. На рис. 6.8 приведена общая блок-схема модели.

6.4.1. Расчет накопления снега и поступления воды на поверхность бассейна

Поступление воды на поверхность бассейна рассчитывают по высотным зонам, на которые предварительно разбивают бассейн. Более или менее оптимальным шагом выделения зон по высоте является 0,2—0,4 км.

Для интерполяции и экстраполяции суточных сумм осадков по высоте используют зависимость, предложенную Ю. М. Денисовым:

$$P(H, t) = P_{H_1}^r(t) [1 + k_2(H - H_1) + k_3(H - H_1)^2], \quad (6.40)$$

где $P(H, t)$ — количество осадков на высоте H в момент t ; H_1 — задаваемая высота, к которой приводят осадки, измеряемые на станциях и постах; k_2 и k_3 — параметры, определяемые для конкретного бассейна или его части по наблюдениям за осадками.

Величину $P_{H_1}(t)$ в уравнении (6.40) вычисляют по формуле

$$P_{H_1}(t) = \sum_{j=1}^n [P_{H_j}(t)/(Rn)], \quad (6.41)$$

где $P_{H_j}(t)$ — осадки на j -й станции, расположенной на высоте H_j ; n — число станций; R — выражение, стоящее в квадратных скобках в уравнении (6.40).

Значения k_2 и k_3 зависят от наклона и кривизны связи осадков с высотой, причем знак k_3 определяет направление выпуклости кривой, аппроксимирующей эту связь. Годовой ход параметров k_2 и k_3 хорошо аппроксимируется уравнениями вида

$$k_i = k_{i,0} + A_i \cos [2\pi(t - \tau_i)/365] \quad (i = 2, 3), \quad (6.42)$$

где t — время, отсчитываемое от начала календарного года; $k_{i,0}$ — средние за год значения параметров k_2 и k_3 ; A_i — амплитуда i -й косинусоиды; τ_i — номер дня с максимальным значением параметра k_2 или k_3 .

Распределение температуры воздуха с высотой аппроксимируется линейной зависимостью, причем вертикальный градиент

температуры воздуха $\gamma(t)$ изменяется во времени в соответствии с выражением

$$\gamma(t) = \{a^3/[a^2 + (t - \tau_0)/c]\} + \gamma_0, \quad (6.43)$$

где a , γ_0 , τ_0 , c — параметры, определяемые по данным наблюдений за температурой воздуха.

Общий вид зависимости (6.43) показан на рис. 6.9. Способ нахождения параметров описан ниже.

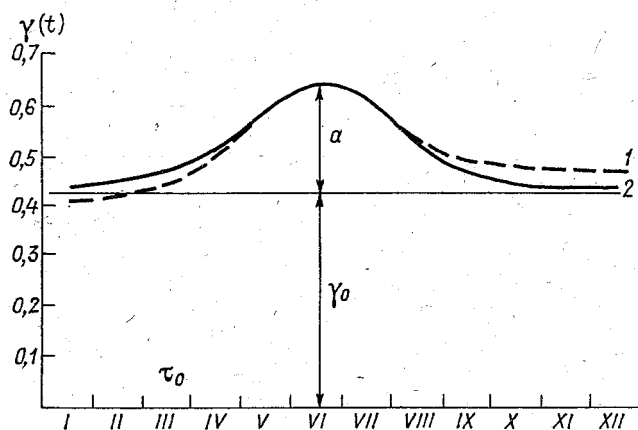


Рис. 6.9. Аппроксимация внутригодового хода вертикального градиента температуры воздуха.

1 — фактический ход на склоне Ферганского хребта, 2 — его аппроксимация.

При расчете накопления и таяния снежного покрова по данным об осадках и температуре воздуха исходят из следующих допущений:

— выше изотермы 2°C (H_2) осадки выпадают только в твердом виде, а ниже — только в жидком:

$$H_2(t) = H_1 - [2 - T(H_1, t)/\gamma(t)],$$

где $T(H_1, t)$ — температура воздуха, приведенная к высоте H_1 по формуле

$$T(H_1, t) = \frac{1}{n} \sum [T(H_j, t) - \gamma(t)(H_1 - H_j)],$$

где H_j — высота j -й метеостанции, n — количество метеостанций;

— таяние снега происходит только в зонах ниже изотермы 0°C (H_0) пропорционально температуре воздуха при заданном коэффициенте стаивания (k_1):

$$H_0(t) = H_1 + T(H_1, t)/\gamma(t);$$

— влагоемкость снега не зависит от времени, т. е. водоотдачу можно рассчитать по соотношению (4.7);

— осадки, выпадающие в период снеготаяния в твердом виде, прибавляют к запасу воды в снежном покрове;

— жидкие осадки приравнивают к поступлению воды непосредственно на поверхность бассейна, за исключением той их части, которая может быть удержана снежным покровом.

Распределение снежного покрова на каждой высотной зоне аппроксимируется экспонентой вида

$$g(S, h) = \exp[-(S + S_p \ln m - h)/S_p], \quad (6.44)$$

где h — переменная, равная слою стаивания снежного покрова, мм; S_p — параметр, равный значению среднего запаса воды в снежном покрове в зоне, при котором зона полностью покрыта снегом, мм; m — параметр, определяющий ошибку, содержащуюся в принятой аппроксимации $g(S, h)$ (при $m=100$ ошибка равна 1 %); S — текущее значение запаса воды в снежном покрове в высотной зоне, мм.

Расчеты по уравнению (6.44) хорошо совпадают с эмпирической типовой кривой распределения запаса воды в снежном покрове в горах, полученной в работе Т. С. Абальян [1].

При возврате морозов в период таяния слой замерзающей в снеге воды рассчитывают по соотношению

$$P_3(t) = 1,55 \sqrt{|-T_{\min}(t)|}, \quad (6.45)$$

где $P_3(t)$ — количество замерзшей воды за t -е сутки, мм; T_{\min} — минимальная суточная температура воздуха.

Чтобы в расчетах иметь дело только со средней суточной температурой воздуха T , следует найти связь между T_{\min} и T .

Интенсивность таяния снега и ледников для каждой j -й зоны (мм/сут) вычисляют по формулам:

$$h_{т, j}(t) = \begin{cases} k_1 \gamma(t) (H_1 - H_j) & \text{при } H_j < H_0 \text{ и } S > 0, \\ 0 & \text{при } H_j \geq H_0 \text{ или } S = 0, \end{cases} \quad (6.46)$$

$$h_{т. л, j}(t) = \begin{cases} k_2 \gamma(t) (H_1 - H_j) & \text{при } g_{л, j} < 1, \\ 0 & \text{при } g_{л, j} = 1, \end{cases} \quad (6.47)$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты стаивания снега и льда, мм/(°С·сут); $g_{л, j}$ — покрытость ледников снегом, принимаемая равной g_j — покрытости снегом j -й зоны.

Поступление дождевой воды h_d на участки зон, свободных от снега, принимают равным

$$h_{д, j}(t) = \begin{cases} P(H_1) [1 + k_2(t)(H_j - H_1) + k_3(t)(H_j - H_1)^2] & \text{при } g_j < 1, \\ 0 & \text{при } g_j = 1. \end{cases} \quad (6.48)$$

Дожди, выпадающие на снег, приравнивают к талой воде.

Водоотдачу всего бассейна, выраженную в расходах (м³/с), вычисляют по формуле

$$h_{\text{в}}(t) = c_1 \left\{ \sum_{j=1}^N [h_{\text{T}}(t) f_j g_j + h_{\text{л}, j}(t) f_j (1 - g_j) + h_{\text{т. л.}, j} f_{\text{л}, j} (1 - g_{\text{л}, j})] \right\}. \quad (6.49)$$

где c_1 — коэффициент, равный 0,0116; f_j — площадь j -й высотной зоны без ледников; $f_{\text{л}, j}$ — площадь ледников в пределах j -й зоны, км²; N — число высотных зон.

6.4.2. Расчет потерь и трансформации водоотдачи в гидрограф стока

Потери воды в течение весенне-летнего периода вычисляют с учетом суммарной водоотдачи с начала таяния:

$$I(t) = h_{\text{в}}(t) \exp \left[-\alpha_1 S_0 \int_0^t q(\tau) d\tau \right], \quad (6.50)$$

где S_0 — запасы воды в снежном покрове перед началом снеготаяния, мм; α_1 — оптимизируемый параметр. Величина S_0 представляет собой средневзвешенные для водосбора запасы воды в снежном покрове к началу весеннего половодья (конец марта), рассчитанные по запасам для каждой высотной зоны.

Выражение (6.50) отражает известный факт увеличения коэффициента стока талых вод пропорционально интегральному значению поступления воды к моменту t . В горах это явление связано также с продвижением по мере развития половодья фронта таяния снега в верхние зоны, так как коэффициенты стока обычно возрастают с высотой зоны. Уменьшение коэффициента стока жидких осадков по мере освобождения от снега поверхности водосбора косвенно учитывается благодаря замедлению роста общего коэффициента стока (талых и дождевых вод).

На этапе расчета гидрографов стока по известным значениям температуры воздуха и осадков производят также и вычисления испарения с поверхности каждой высотной зоны. Формулы, которые для этого применяют, приведены в работе [2].

Приток к русловой сети вычисляют по выражению

$$q(t) = h_{\text{в}}(t) - I(t), \quad (6.51)$$

где обозначения прежние.

Полагают, что этот приток проходит через две регулирующие емкости. Расчет расхода воды производят по следующей формуле:

$$Q(t + \delta) = a_{1, \delta} X + a_{2, \delta} Z + b_{1, \delta} [0,5q(t + \delta - 2) - 2q(t + \delta - 1)] + b_{2, \delta} q(t + \delta), \quad (6.52)$$

где

$$X = \begin{cases} Q(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 1 \text{ и } 2, \\ \widehat{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 2; \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} Q(t) & \text{при } \delta = 1, \\ \widehat{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta > 1, \end{cases}$$

Q — фактический расход воды, из которого предварительно вычитают базисный сток, $\text{м}^3/\text{с}$; \hat{Q} — рассчитанный расход воды; $a_{1, \delta}$, $a_{2, \delta}$, $b_{1, \delta}$, $b_{2, \delta}$ — параметры, определяемые для каждой заблаговременности прогноза по архивным данным; t — момент составления прогноза; δ — заблаговременность прогноза.

6.4.3. Определение параметров модели и корректировка прогнозов

Модель включает в себя ряд параметров, часть из которых находят с помощью непосредственных наблюдений за осадками, температурой воздуха, снежным покровом, а часть — подбирают путем оптимизации.

Для нахождения k_2 и k_3 предварительно для каждого месяца строят графические зависимости средних многолетних месячных сумм осадков от высоты. Далее, для средних высот выделенных высотных зон снимают значения осадков, по которым с помощью метода наименьших квадратов находят значения k_2 , k_3 для каждого месяца. Способ определения k_2 и k_3 , а также параметров $k_{2, 0}$, $k_{3, 0}$, A_2 , A_3 , τ_2 и τ_3 в уравнении (6.42) подробно описан в работе [14].

Для нахождения параметров a , c , γ_0 и τ_0 в уравнении (6.42) предварительно определяют $\gamma(t)$ для каждого месяца и строят хронологический график их изменения (см. рис. 6.10). Затем по минимальным значениям эмпирической кривой $\gamma(t)$ проводят линию, параллельную оси t . Расстояние по оси ординат от этой линии до оси абсцисс равно значению γ_0 , расстояние от этой линии до вершины $\gamma(t)$ — значению параметра a , расстояние по оси абсцисс от оси ординат до прямой, параллельной оси ординат и проходящей через вершину $\gamma(t)$, — значению параметра τ_0 . Параметр c — масштабный коэффициент, вычисляемый по значениям кривой $\gamma(t)$ при известных значениях остальных параметров по выражению

$$c = (t - \tau_0)^2 [\gamma(t) - \gamma_0] / \{ (a - [\gamma(t) - \gamma_0]) a^2 \}. \quad (6.53)$$

Параметр S_p в уравнении (6.44) для каждой зоны находят путем построения графиков связи между средними запасами воды в снежном покрове зоны \bar{S} и ее покрытостью снегом $g(\bar{S})$:

$$\bar{S} = S_p g(\bar{S}), \quad (6.54)$$

откуда видно, что значение S_p равно углу наклона этой связи и зависит главным образом от расчлененности рельефа. Последняя зависимость справедлива в пределах изменения $0 \leq \bar{S} \leq S_p$.

Водоудерживающую способность снега, а также k_1 и k_{II} задают по литературным источникам. Однако параметр k_1 можно подобрать, варьируя его значениями в пределах $2,0$ — $6,5$ $\text{мм}/(^\circ\text{C}\cdot\text{сут})$, по наилучшему совпадению рассчитанных и фактических расходов воды.

Параметры модели трансформации и потерь воды на водосборе определяют с помощью оптимизации. В качестве критерия качества используют следующее выражение:

$$K(Q, q, x) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N(T-\delta)} [Q(t-\delta) - \hat{Q}(t+\delta, x)]^2}{\sum_{t=1}^{N(T-\delta)} [Q(t) - Q(t+\delta)]^2}}, \quad (6.55)$$

где $\hat{Q}(t+\delta)$ — расход воды, рассчитанный на δ -е сутки от момента составления прогноза; T и N — соответственно количество суток в расчетном периоде и количество таких периодов; x — вектор искомых параметров, входящих в уравнения (6.50) и (6.52).

Алгоритм оптимизации позволяет накладывать ограничения на искомые параметры. Например, при оптимизации коэффициента стаивания снега разумными ограничениями его значения, опирающимися на опытные данные, являются 2,0—6,0 мм/(°С·сут). При оптимизации параметра α_1 в уравнении (6.50) накладывается ограничение на его знак ($\alpha_1 \geq 0$). Или другой пример. Оптимальные параметры в уравнении (6.52), полученные для заблаговременности прогноза на $(t+1)$ -е сутки, можно использовать при оптимизации параметров этого уравнения для прогноза на $t+\delta+1$ сут.

Между ходом средней суточной температуры воздуха и гидрографом стока существует опережение на 1—2 сут. Это позволяет уточнить прогнозируемые на 1—2 сут расходы воды путем применения коррекции. Уравнение для коррекции имеет следующий вид:

$$\tilde{Q}(t+\delta) = \hat{Q}(t+\delta) + \alpha_2 [Q(t) - \hat{Q}(t)] \quad (\delta = 1, 2), \quad (6.56)$$

где $\hat{Q}(t+\delta)$ — расход воды, предвычисленный на $(t+\delta)$ -е сутки без коррекции; $\tilde{Q}(t+\delta)$ — расход воды, предвычисленный с учетом коррекции; α_2 — параметр, знак которого меняется на обратный в экстремальных точках хода температуры воздуха.

Пример 6.4. Методика краткосрочных прогнозов расхода р. Варзоб заблаговременностью 1—5 сут.

Бассейн р. Варзоб (площадь и средняя высота соответственно 1225 км² и 2,65 км) до с. Дагана простирается по высоте от 1,0 до 5,0 км. В расчетах использованы наблюдения на 11 гидрометеорологических станциях и постах, расположенных на высоте от 0,98 до 2,8 км и на одной станции, временно действовавшей в течение нескольких лет на высоте 4,0 км (Як-Арча). Наблюдения на этой станции велись лишь в течение июня—сентября экспедиционным отрядом.

На рис. 6.10 приведены изменения значений параметров k_2 и k_3 в течение года. Параметры определены по данным об осадках за 1964—1968 гг. без учета и с учетом наблюдений на упоминав-

шейся станции Як-Арча. Запас воды в снежном покрове вычислен по данным снегомерных съемок на высоте 4,0 км. Среднее годовое количество осадков для данной высоты составило 1800 мм. Средние многолетние месячные суммы осадков за период октябрь—май по Як-Арче рассчитаны согласно среднему распределению по месяцам годовых сумм осадков на ближайших к ней станциях Майхура, Газнок и Харамкуль.

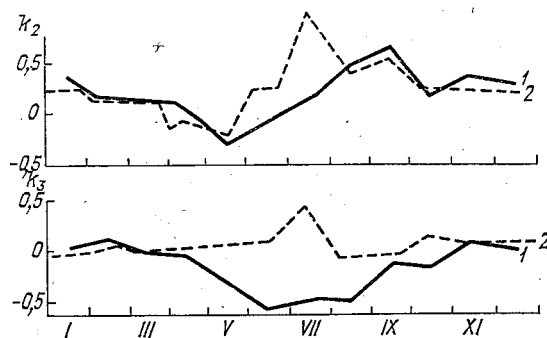


Рис. 6.10. Внутригодовой ход параметров k_2 и k_3 , вычисленных без учета данных по Як-Арче (1) и с учетом этих данных (2).

Суточные суммы осадков на различных высотах р. Варзоб вычисляем по формуле

$$P(H, t) = P_{H_1}(t) \left\{ 1 + \left[0,26 + 0,2 \cos \frac{2\pi}{365} (t - 63) \right] (H - 2,65) + \right. \\ \left. + \left[0,02 - 0,058 \cos \frac{2\pi}{365} (t - 4) \right] (H - 2,65)^2 \right\}, \quad (6.57)$$

где H_1 — высота, к которой приведены наблюдения за осадками на станциях, принята равной 2,65 км; t — номер суток, начиная с 1/X.

Вертикальный градиент температуры воздуха, полученный по данным наблюдений за температурой воздуха на сети станций (высоты от 0,98 до 3,4 км), равен $0,65^\circ\text{C}/0,1$ км. Влагоемкость снега принята равной 0,13.

Для получения связи между средней суточной и минимальной в течение суток температурой воздуха используем данные наблюдений по г. Гушары, с. Харамкуль и с. Кандара, расположенным в диапазоне высот 1,32—2,8 км. Связь имеет вид

$$T_{\text{мин}}(t) = 0,91T(t) - 3. \quad (6.58)$$

Суточное поступление воды на поверхность бассейна рассчитываем при k_1 , равном 3,0; 4,0 и 5,0 мм/($^\circ\text{C} \cdot \text{сут}$). В среднем лучшие результаты для бассейна р. Варзоб по применяемой модели формирования стока получены при $k_1 = 3,0$ мм/($^\circ\text{C} \cdot \text{сут}$).

В табл. 6.8 приведены диапазоны высотных зон и полученные для этих зон значения S_p . Запасы воды в снежном покрове и открытость зон снегом для построения графика связи между ними для нахождения величин S_p по зонам вычислены по снегосъемкам и регулярным аэрофотосъемкам снежного покрова. При отсутствии данных наблюдений, позволяющих построить зависимости типа (6.54), можно воспользоваться данными табл. 6.8.

Таблица 6.8

Значения параметра S_p по высотным зонам

Высотная зона, км . . .	1,0—2,4	2,4—2,8	2,8—3,2	3,2—3,6	Выше 3,6
S_p	300	650	1050	1450	1700

Водоотдачу бассейна в период таяния снега рассчитываем с помощью формулы (6.49) по суточным интервалам времени с разбивкой по высоте через 0,2 км. Расходы воды прогнозируем по выражению (6.52). Оптимальные параметры для указанного выражения помещены в табл. 6.9. Базисный сток приравняем

Таблица 6.9

Значения оптимальных параметров модели и оценка эффективности метода прогноза по зависимой (числитель) и независимой (знаменатель) выборкам

Заблаговременность прогноза, сут	a_1^*	a_2^*	b_1^*	b_2^*	$\frac{s}{\sigma_0}$	$\frac{Y}{\hat{Y}}$
1	$-4,65 \cdot 10^{-3}$	0,843	$-4,98 \cdot 10^{-4}$	0,117	$\frac{0,78}{0,76}$	$\frac{0,998}{0,997}$
2	$7,68 \cdot 10^{-3}$	0,843	0,0129	0,128	$\frac{0,72}{0,70}$	$\frac{0,997}{0,994}$
3	0,0203	0,843	0,0239	0,136	$\frac{0,68}{0,67}$	$\frac{0,999}{0,996}$
4	0,0235	0,843	0,0255	0,136	$\frac{0,68}{0,65}$	$\frac{0,999}{0,994}$
5	0,0259	0,843	0,0268	0,136	$\frac{0,65}{0,63}$	$\frac{0,997}{0,992}$

Примечание. Y — объем стока за период вегетации фактический, \hat{Y} — то же вычисленный по прогностическим расходам воды.

наименьшему расходу воды в зимнюю межень ($10 \text{ м}^3/\text{с}$). Коэффициент стока равен 0,75 для всех лет.

В этой же таблице приведена оценка точности прогноза расходов воды (при задании на период заблаговременности фактиче-

ских данных о температуре и осадках) с заблаговременностью 1—5 сут по зависимой (1964—1968 гг.; 900 случаев) и независимой (1969—1970 гг.; 360 случаев) выборкам. При составлении прогноза в оперативных условиях температура воздуха и осадки на период заблаговременности задают по краткосрочным и метеорологическим прогнозам.

Данные в табл. 6.9 свидетельствуют о следующем. Эффективность методики прогноза, оцениваемая по отношению s/σ_6 (σ_6 —

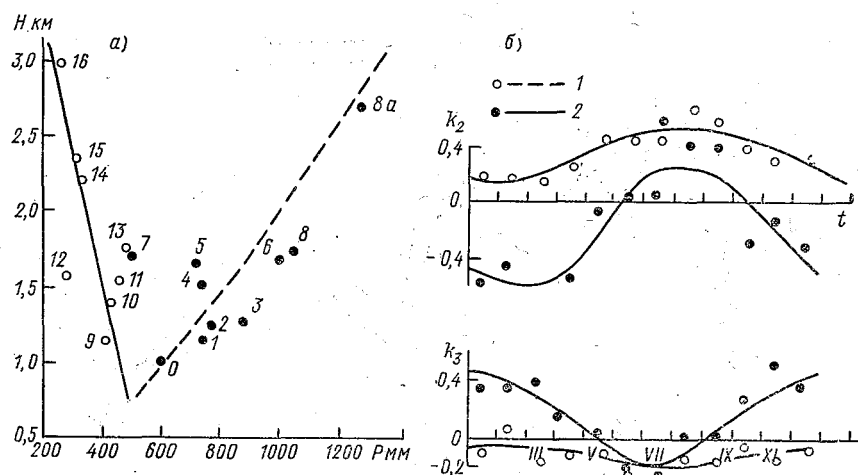


Рис. 6.11. Изменение по высоте годовой суммы осадков (а) и внутригодовой ход параметров k_2 и k_3 (б) в бассейне р. Карадарья.

1 — склон Ферганского хребта, 2 — склон Алайского хребта.

средняя квадратическая изменчивость расхода воды за период заблаговременности прогноза), сохраняется примерно одинаковой на зависимой и независимой выборках данных. Это говорит об устойчивости найденных параметров модели. С увеличением заблаговременности средняя квадратическая ошибка прогноза возрастает и на 5-е сутки почти в 2 раза превышает ошибку прогноза на 1-е сутки. Повышение же эффективности методики с увеличением заблаговременности определяется тем, что с увеличением δ значение σ_6 растет быстрее, чем ошибка прогноза s .

Пример 6.5. Методика краткосрочных прогнозов расхода воды р. Карадарья.

Река Карадарья является левым притоком р. Сырдарья, питается водами притоков, стекающих по правому берегу со склонов Ферганского, а по левому берегу со склонов Алтайского хребта. Площадь бассейна до п. Кампырват 12370 км, средняя высота Ферганского склона 2,3 км, Алайского — 2,7 км.

Особенности распределения осадков по площади и высоте (рис. 6.11 а) привели к необходимости производить расчеты

поступления воды на поверхность Ферганского и Алайского склонов раздельно.

Для аппроксимации распределения осадков с высотой по наблюдениям за ними на гидрометеорологических станциях и постах, расположенных на каждом из склонов, были получены по месяцам значения параметров k_2 и k_3 , входящих в формулу (6.40). На рис. 6.11 б представлен внутригодовой ход этих параметров и их

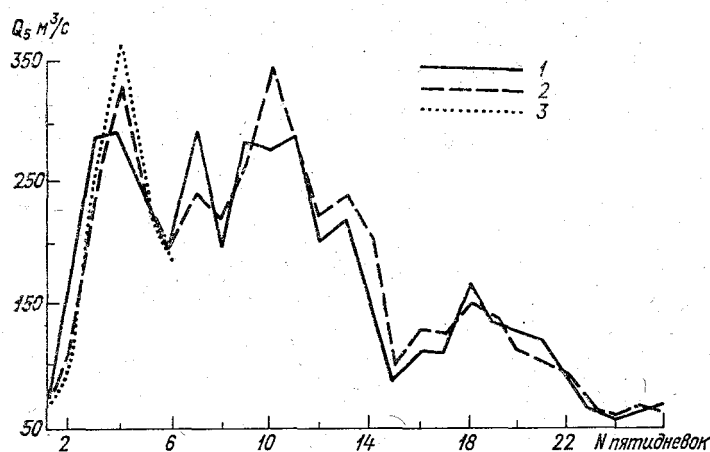


Рис. 6.12. Сопоставление фактических и предвычисленных средних за пятидневку расходов воды.

1 — фактические, 2 — предвычисленные, 3 — предвычисленные с использованием прогноза температуры воздуха и осадков.

аппроксимация с помощью косинусоид по формулам типа (6.42). Получены следующие значения параметров для Ферганского склона: $k_{2,0} = -0,15$, $A_2 = 0,41$, $\tau_2 = 47$; $k_3 = 0,18$, $A_3 = 0,31$, $\tau_3 = 6$; для Алайского склона; $k_{2,0} = 0,35$, $A_2 = 0,16$, $\tau_2 = 35$; $k_{3,0} = -0,08$, $A_3 = 0,06$, $\tau_3 = 22$.

Изменение вертикального градиента температуры воздуха в течение года аппроксимировано уравнением (6.43) с одинаковыми параметрами для обоих склонов: $a = 2,5$; $\tau_0 = 165$; $c = 450$. Вододерживающая способность снега принята равной 0,13, а коэффициент стаивания снега 3 мм/(°С·сут). Значения параметра S_p для каждой высотной зоны в уравнениях, служащих для расчета накопления и таяния снега, использованы те же, что и для бассейна р. Варзоб (см. табл. 6.8). Базисный сток составляет для всех лет 300 м³/с. При расчете потерь применено уравнение (6.50).

Оптимальные значения параметров зависимостей для расчета потерь и трансформации водоотдачи бассейна в расходы воды определены по данным за семь лет (более 1200 случаев). Данные за два года (360 случаев) служили проверочной выборкой. Например, для схемы прогноза расходов воды с заблаговременностью

1 сут оптимальные параметры равны: $a_1=0,11$; $a_2=0,858$; $b_1=$
 $=0,006$; $b_2=0,010$; $\alpha_1=0,8 \cdot 10^{-5}$; $\alpha_2=-0,144$.

Прогностической схемой также предусматривается прогноз средних за 5 сут расходов воды по следующему выражению:

$$\bar{Q}_{i+1} = a_1 Q(t-1) + a_2 Q(t) + b_1 [0,5\bar{q}_{i-2} - 2\bar{q}_{i-1}] + b_2 \bar{q}_i, \quad (6.59)$$

где i — номер пятидневки; q — среднее за 5 сут значение притока к русловой сети; Q_i и $Q(t-1)$ — средние суточные значения расхода воды в замыкающем створе в моменты времени, обозначенные в скобках; $k=5$; a_1 , a_2 , b_1 и b_2 — параметры, соответственно равные 0,049; 0,717; 0,015; 0,120. Параметр α_1 в уравнении (6.50) для расчета потерь равен 0,846.

Результаты испытаний уравнений (6.59) в оперативном режиме с использованием прогноза температуры воздуха и осадков на несколько суток вперед приведены на рис. 6.12. Оценка относительной средней квадратической ошибки прогноза при испытаниях в оперативном режиме 0,71 σ_6 .

Часть III

ПРОГНОЗ РАСХОДОВ И УРОВНЕЙ ВОДЫ ДЛЯ РЕЧНЫХ СИСТЕМ

Глава 7. Методы, основанные на представлении речной системы в виде цепочки частных бассейнов

При многоцелевом использовании водного объекта нередко приходится разрабатывать комплекс методик прогноза для большого числа створов, расположенных на основной реке и притоках. В таких случаях водосбор разбивают на ряд бассейнов, соединенных параллельно-последовательно друг с другом и для каждого из них разрабатывают методики прогноза.

Большинство прогностических схем основано на определении параметров связей по фактическим данным наблюдений за стоком и некоторыми метеорологическими факторами. Поэтому для более надежного определения параметров все частные бассейны должны быть ограничены гидрометрическими створами, в которых проводятся наблюдения за расходами (уровнями) воды. Если речной водосбор разбить с учетом гидрометрической сети, получим два типа частных бассейнов (рис. 7.1):

1) бассейны, тяготеющие к участкам рек, ограниченными одним или несколькими входными и выходными створами, в которых ведутся наблюдения за расходами или уровнями воды. Для этих бассейнов форма волны паводка (паводка) во многом определяется гидрографами входных створов. В отдельных случаях заметную роль на трансформацию расходов (уровней) воды может оказывать боковой приток. В зависимости от соотношения этих факторов и имеющейся информации используют соответствующие методы прогноза, изложенные в ч. I настоящего выпуска Руководства;

2) бассейны, для которых имеются данные измерения расходов воды только для выходных створов рек. В некоторых случаях могут быть измерения расходов воды в ряде входных створов, однако связь их с расходами воды в замыкающем створе пренебрежимо мала. Для этих бассейнов характерно очень сильное изменение объема и формы волны паводка за счет притока воды к русловой сети. Поэтому главная задача состоит в расчете притока воды к русловой сети. Схемы прогноза для этих бассейнов значительно сложнее, чем для бассейнов первого типа. Для получения достаточной заблаговременности часто приходится

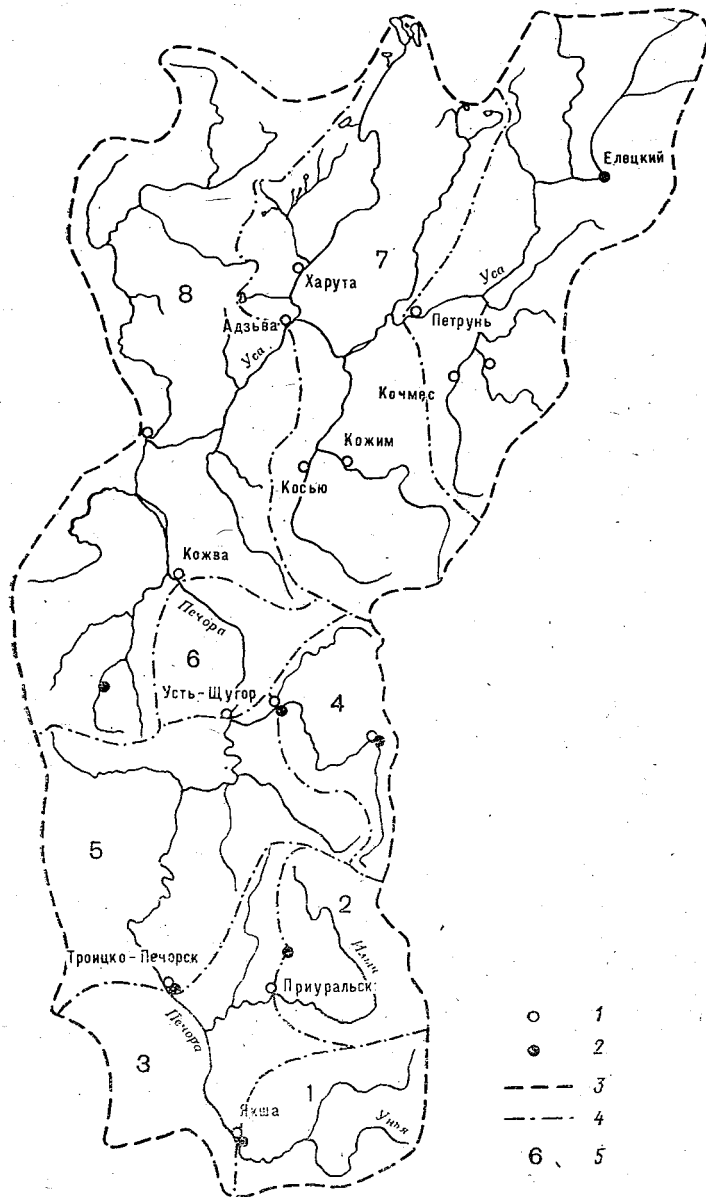


Рис. 7.1. Схема речной системы Печоры.

1 — гидрометрический створ, 2 — метеорологическая станция, 3 — граница водосбора, 4 — граница частного бассейна, 5 — номер участка.

использовать метеорологические данные. Методы прогноза для таких бассейнов приведены в ч. II настоящего выпуска Руководства.

Для объединения всех частных бассейнов в одну систему необходимо задать условия их сопряжения. В общем случае имеются две возможности:

1) если расходы (уровни) воды выходного створа реки верхнего бассейна до момента выпуска прогноза заданы, то их используют на входе следующего за ним участка, а на период заблаговременности расходы принимают равными ожидаемым по прогнозу расходам на выходе верхнего участка:

$$q_n(t) = \begin{cases} Q_{n-1}(t) & \text{при } t \leq t_0, \\ \tilde{Q}_{n-1}(t) & \text{при } t > t_0, \end{cases} \quad (7.1)$$

где $q_n(t)$ — расходы воды на входе n -го участка; $Q_{n-1}(t)$ — фактические расходы воды на выходе $(n-1)$ -го участка; $\tilde{Q}_{n-1}(t)$ — ожидаемые расходы воды на выходе $(n-1)$ -го участка.

2) если выходные расходы (уровни) воды верхнего участка реки до момента выпуска прогноза не заданы, то на входе следующего за ним участка используют расходы, рассчитанные на выходе верхнего участка для всего интервала времени:

$$q_n(t) = \tilde{Q}_{n-1}(t).$$

Особенности разработки схем прогноза для речных систем рассмотрены на примерах.

Пример 7.1. Автоматизированные прогнозы расходов (уровней) воды для р. Печоры до с. Усть-Уса в период открытого русла.

Схема водосбора р. Печоры с указанием гидрометрических створов показана на рис. 7.1. Весь водосбор разбит на восемь частных бассейнов. Бассейны 3-й и с 5-го по 8-й можно отнести к бассейнам первого типа; бассейны 1, 2-й и 4-й — ко второму типу.

При разработке методов прогноза для бассейнов первого типа использована линейная модель трансформации расходов (уровней) воды с сосредоточенным боковым притоком. Сосредоточенный приток и параметры определены согласно методике, изложенной в п. 2.3.1. В табл. 7.1 дана характеристика этих бассейнов и значения параметров, полученные в результате оптимизации.

Для расчета гидрографа стока в бассейнах второго типа использована математическая модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока (см. п. 6.1). Параметры модели определены для каждого частного бассейна в соответствии с рекомендациями, данными в п. 6.1.3, независимо. Используются данные об осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, толщине слоя снега и запасе воды в нем, расходах в замыкающих створах за 1965—1976 гг. Все данные представлены в виде средних суточных значений, осредненных для каждого водосбора. Характеристика водосборов и входной информации дана в табл. 7.2.

Таблица 7.1

Характеристика частных бассейнов первого типа и оптимальные параметры для них

№ бассейна	Выходной створ	Тип выходной информации	Входной створ	k	τ сут	n	$(\sigma \cdot \omega) / \sigma^2$	b	H_0 см
3	Печора — с. Троицко-Печорск	Расход	р. Печора — с. Якша	1,50	0,20	4,83	—	—	—
			р. Илыч — с. Приуральск	1,40	0,47	3,78	—	—	—
5	Печора — с. Усть-Шугор	Расход	р. Печора — с. Троицко-Печорск	1,30	1,31	2,02	—	—	—
			р. Шугор — п. Мичабицевник	1,40	0,23	2,28	—	—	—
6	р. Печора — с. Усть-Кожва	Уровень	р. Печора — с. Усть-Шугор	1,00	0,61	3,44	0,641	1,472	—50
7	р. Уса — с. Адзъва	Расход	р. Уса — с. Петрунь	1,02	0,59	3,05	—	—	—
			р. Косью — п. Косью +	2,13	1,60	2,65	—	—	—
			р. Кожим — п. Кожим						
8	р. Печора — с. Усть-Уса	Уровень	р. Печора — с. Усть-Кожва	1,05	1,11	1,67	0,471	1,519	100
			р. Уса — с. Адзъва	1,01	1,31	2,13			

Примечание. k — коэффициент стоковой приводки; n , τ — параметры кривых добегания (2.13); a , b , H_0 — параметры условных кривых расходов (2.21).

Таблица 7.2

Характеристика частных бассейнов второго типа

№ бассейна	Выходной створ	Площадь бассейна, 10 ³ км ²	Лесистость, %	Средняя высота, м	Число пунктов, использованных при осреднении	
					S _{макс} , л	T, P, D
1	р. Печора — с. Якша	9,62	91	290	5	5
2	р. Илыч — с. Приуральск	10,50	90	326	2	3
4	р. Шугор — с. Мичаби-чевник	9,22	66	408	3	3

Примечание. S_{макс}, л — максимальный запас воды в снеге на лесных участках, T — средняя суточная температура воздуха, P — осадки за сутки, D — средний суточный дефицит влажности воздуха.

Полученные в результате оптимизации значения параметров модели для этих частных бассейнов даны в табл. 7.3.

Таким образом, используя параметры, приведенные в табл. 7.1 и 7.3, можно последовательно рассчитывать расходы воды от створа к створу. Для использования этой схемы при выпуске про-

Таблица 7.3

Параметры модели для бассейнов второго типа, использованных в прогностической схеме

Параметр	Единица величины	Номер бассейна		
		1	2	4
k	ч/см	2,50	3,12	2,57/1,5
χ	—	1,0	0,7	0,24/0,95
i_0	мм/ч	0,54	0,98	10,0/1,05
i_n	мм/ч	0,16	0,21	0,65
m	л/мм	0,005	0,016	0,0/0,5
τ_1	сут	1,13	1,04	0,25
τ_2	сут	0,28	0,38	2,55
n_1	—	5,12	4,13	9,17
n_2	—	9,00	4,06	2,46
$w_{\text{макс}}$	—	0,41	0,45	0,41
k_2	мм/(гПа·ч)	0,013	0,017	0,011
a	мм/(°С·сут)	1,49/5,0	1,61/5,0	2,11/7,19
ξ	—	—	—	0,45
U_k	—	—	—	2,83
w_0	—	0,10	0,10	0,10
γ	—	0,13	0,13	0,13
α	—	6,25/5,5	6,25/5,5	6,25/5,5
ρ_p	г/см ³	1,30	1,30	1,3/1,64

Примечание. В числителе — значения параметров для лесных участков, в знаменателе — для полевых.

гноза необходимо выбрать способы задания информации на период заблаговременности. В данном случае информация задана следующим образом:

— для бассейнов второго типа температура и дефицит влажности воздуха приняты постоянными, равными соответствующим значениям на дату выпуска прогноза, а осадки — равными нулю. При выпуске прогноза в оперативном режиме лучше пользоваться краткосрочными (до 5 сут) прогнозами температуры воздуха и осадков;

— для бассейнов первого типа информация задана по-разному. Если входные створы концевые (с. Петрунь и с. Косью), расходы воды для них экстраполированы: на подъеме — по соотношению (2.78), на спаде — по соотношению (2.87). Для входных створов, являющихся одновременно выходными выше расположенного соседнего бассейна, на период заблаговременности использованы прогнозы расходов воды в выходном створе предыдущего участка.

Для повышения точности (особенно для небольшой заблаговременности) прогнозы во всех створах скорректированы с помощью статистического алгоритма адаптации (п. 2.4.3, зависимость (2.97)).

Прогноз для всей системы составлен на ЭВМ с помощью программы (приложение 2.8) в период открытого русла. Для выпуска прогноза потребовалась следующая информация:

— параметры моделей для всех бассейнов, приведенные в табл. 7.1 и 7.3 (эта информация не меняется от прогноза к прогнозу);

— данные о ежедневных осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, в зимний период также данные снегосъемок, осредненные для 1, 2-го и 4-го бассейнов. Эти данные должны быть введены, начиная с 1/VIII до даты выпуска прогноза, так как характеристика начальной влажности почвы задавалась 1/VIII;

— данные о ежедневных уровнях воды в выходных створах 6-го и 8-го бассейнов, а также о расходах воды в выходных створах остальных частных бассейнов не меньше, чем за 15 сут до выпуска прогноза.

Для сокращения объема вводимой информации от одного выпуска прогноза к другому предусмотрено накопление данных, так что необходимо ввести только данные, поступившие между этими сроками выпуска прогнозов.

Допустимая заблаговременность прогноза (для которой s/σ_6 не превышает 0,8) несколько увеличивается вниз по течению. В табл. 7.4 даны полученные оценки прогнозов различной заблаговременности для всех створов. Следует отметить, что эти оценки получены без учета метеорологических прогнозов при экстраполяции входных данных на период заблаговременности. Опыт применения этой схемы в оперативной практике в течение двух лет (в период весеннего половодья) показал, что использование краткосрочных прогнозов температуры и осадков вместо экстраполяции позволяет повысить точность прогноза на 10—20 %.

Таблица 7.4

Оценка прогноза расходов (уровней) воды по участкам речной системы Печоры

Заблаговременность, сут				
1	2	3	4	5
$\frac{s}{\sigma_1}$	$\frac{s}{\sigma_2}$	$\frac{s}{\sigma_3}$	$\frac{s}{\sigma_4}$	$\frac{s}{\sigma_5}$
р. Печора — с. Якша (расходы)				
0,57	0,68	0,62	0,62	0,65
р. Илыч — п. Приуральск (расходы)				
0,52	0,61	0,68	0,78	
р. Печора — с. Троицко-Печорск (расходы)				
0,60	0,56	0,55	0,59	0,66
р. Шугор — с. Мичабичевник (расходы)				
0,51	0,58	0,75		
р. Печора — с. Усть-Шугор (расходы)				
0,62	0,66	0,70	0,77	0,79
р. Печора — с. Усть-Кожва (уровни)				
0,55	0,62	0,61	0,72	0,80
р. Уса — д. Адзьва (расходы)				
0,50	0,69	0,88		
р. Печора — с. Усть-Уса (уровни)				
0,34	0,45	0,58	0,77	0,74

Примечание. $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_5$ — средняя квадратическая изменчивость расходов (уровней) воды за одни, двое и т. д. суток.

Пример прогноза для всей системы р. Печоры, составленного 21/V 1977 г., показан на рис. 7.2. Для сравнения на рисунке показаны также фактические расходы и уровни воды на период заблаговременности, не использованные в расчетах.

Пример 7.2. Автоматизированный прогноз притока воды в каскад волжско-камских водохранилищ.

Рассматриваемая схема представляет собой автоматизированную систему выпуска прогноза расходов воды в период весеннего

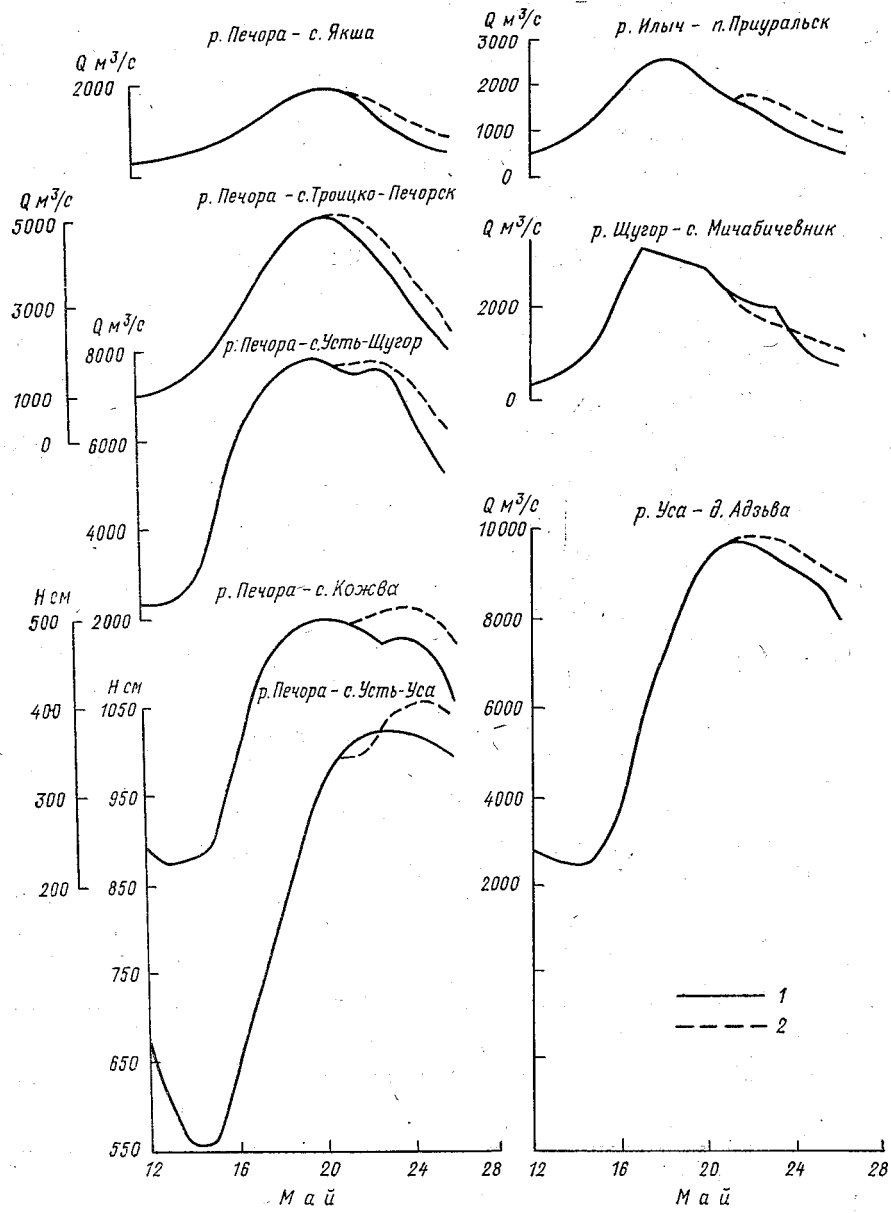


Рис. 7.2. Пример прогноза расходов и уровней воды, составленного 21/V 1977 г. с заблаговременностью до 5 сут по речной системе р. Печоры.
 1 — фактические кривые, 2 — прогностические кривые.

половодья для значительной части волжско-камского бассейна общей площадью 800 тыс. км².

Система позволяет в автоматизированном режиме рассчитывать фактический ежедневный приток к каждому из шести водохранилищ; выпускать прогноз ежедневного притока с заблаговременностью 5 сут в основные водохранилища волжского каскада, включая Ивановское, Угличское, Рыбинское, Горьковское, Куйбышевское и Нижнекамское; составлять прогноз ежедневных расходов воды с указанной заблаговременностью р. Волги и Вятки соответственно у створов Старицы и Вятские Поляны; по 32 частным бассейнам определять интенсивность снеготаяния и водоотдачи водосбора.

Автоматизированная система состоит из комплекса программ, осуществляющих подготовку исходной информации для прогноза, включая опознавание и раскодировку поступивших гидрологических сообщений; формирование массивов входных и выходных данных; реализацию методов расчета и прогноза весеннего притока воды в крупные водохранилища, основанных на математической модели, приведенной в п. 6.2 данного выпуска Руководства.

Исходные данные для разработки схемы и выпуска прогноза. В качестве исходных данных для прогноза используют информацию, поступающую ежедневно из местных управлений по гидрометеорологии в виде телеграфных сводок о метеорологических элементах (температура воздуха и осадки) и о расходах воды в створах рек. Всего для выпуска прогноза использованы данные по 130 гидрологическим постам и 98 метеорологическим станциям. При каждом выпуске прогноза эту информацию раскодируют, осуществляют ее первичный контроль, осредняют по суточным интервалам времени, а также по отдельным районам водосборов. Объем гидрологической и метеорологической информации показан в табл. 7.5.

Обработка информации на ЭВМ. Оперативная гидрологическая информация по каналам связи поступает в ЭВМ.

Таблица 7.5

Объем ежедневной гидрометеорологической информации, требуемой для расчета и прогноза притока воды в водохранилище

Водохранилище	Количество гидропостов, дающих информацию о ежедневных расходах воды		Число пунктов с данными об осадках и температуре воздуха
	для расчета фактического притока	для прогноза притока	
Ивановское	5	1	11
Угличское	4	—	7
Рыбинское	16	—	15
Горьковское	32	29	19
Куйбышевское	64	47	33
Нижнекамское	9	6	13
Итого	130	83	98

Осуществляется ее первичная обработка, а затем реализация численных схем гидрологических прогнозов.

Первичная обработка включает в себя следующие элементы:
— опознавание сводок и отдельных сообщений, поступающих в Гидрометцентр СССР в общем потоке информации,

- определение типа кода,
- опознавание даты и срока,
- определение передающей станции (название, местоположение),
- контроль сообщений в целях обнаружения ошибок, связанных с процедурой передачи данных,
- раскодирование телеграмм,
- размещение раскодированных телеграмм в памяти ЭВМ,
- преобразование информации к виду, удобному для дальнейшей обработки.

При составлении прогноза расчет производят с какого-то начального момента времени t_0 . Поэтому исходную информацию представляют в виде удлиняющихся рядов, которые последовательно накапливают и хранят в течение некоторого периода времени на магнитных носителях ЭВМ. В тех случаях, когда информация о расходах воды отсутствует, их значения восстанавливают путем экстраполяции по расходам воды за двое предшествующих суток.

При выпуске краткосрочных прогнозов расходов воды в весенний период на основе модели снеготаяния используют данные об ожидаемой температуре воздуха и осадках на 5 сут вперед, получаемые из метеорологических прогнозов. В алгоритме предусмотрен также автоматизированный прогноз температуры воздуха, основанный на экспоненциальном сглаживании. Однако для исключения грубых ошибок при этом должен осуществляться контроль опытным синоптиком.

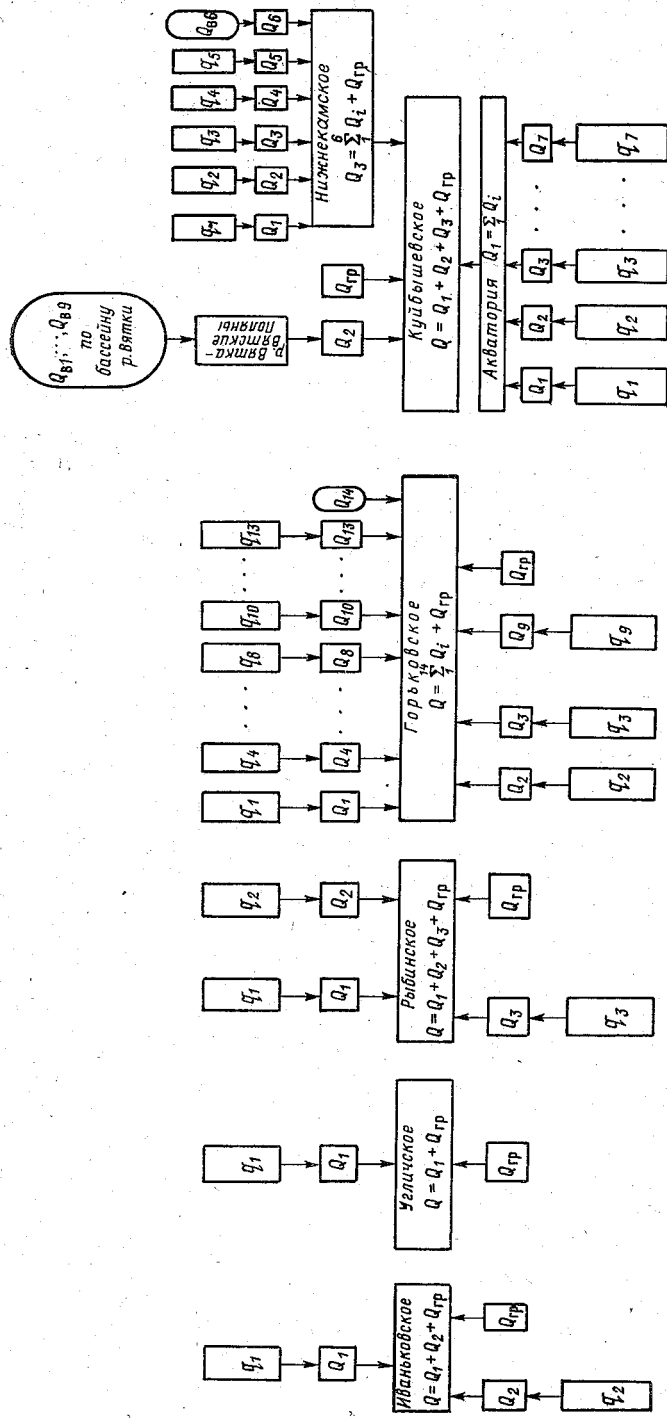
Общая схема прогноза. Схема прогноза комплексная. Для части бассейнов прогноз составляют по метеорологическим данным на основе расчета снеготаяния (см. п. 6.2). Для другой части створов прогноз основан на расчете трансформации волн паводков при условии, что от входных створов до замыкающих время добегания составляет не менее 5 сут.

Общая упрощенная блок-схема прогноза приведена на рис. 7.3. На схеме показаны все водохранилища, включенные в схему, и районы, объединяющие ряд рек, впадающих в каждое водохранилище. Расчет и прогноз осуществлен последовательно для всех водохранилищ, начиная с Ивановского и кончая Куйбышевским.

Параметры и константы, необходимые для расчета, приведены в табл. 7.6.

Результаты расчетов выводят на печать в виде таблиц. В системе предусмотрено три типа выдачи результатов:

- сокращенная выдача, когда на печать выдаются ожидаемые расходы воды в замыкающих и промежуточных створах,



$Q_{в1}$ 1 $Q_{в2}$ 2 $Q_{в3}$ 3 $Q_{гр}$ 4

Рис. 7.3. Общая блок-схема автоматизированного прогноза притока воды для каскада водохранилищ.
 1 — приток к речной сети, рассчитанный с учетом снеготаяния; 2 — трансформированные расходы верхних створов или водоотдача от снеготаяния;
 3 — фактические расходы верхних створов; 4 — расходы грунтовых вод.

Таблица 7.6

Константы для прогноза бокового притока воды к каскаду волжских водохранилищ (в числителе — для поля, в знаменателе — для леса)

Номер района	Река—пункт	Коэффициент стаяния α мм/(°С·сут)	Коэффициент кривой распределения α'	Переходный коэффициент от h к $Q - k_f$	Коэффициент вариации распределения снежного покрова C_v	Число ординат кривой добегаия	Число характерных участков n	Время добегаия τ
Иваньковское водохранилище								
1	Волга — Старица	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{7,72}{5,67}$	176	$\frac{0,45}{0,40}$	21	4,2	1,3
2	Лама — Егорье, Шосна — Микулино-Городище, Тьма — Новинки, Тверды — Медное	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{7,72}{5,67}$	226	$\frac{0,45}{0,40}$			
Угличское водохранилище								
1	Медведица — Большие Сетки, Нерль — Подол, Дубна — Вербилки	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{7,72}{5,67}$	225	$\frac{0,45}{0,40}$	$\frac{8}{26}$	2,2	2,2
Рыбинское водохранилище								
1	Улейма — Савино, Коржечня — Суммы, Сутка — Речково, Ильть — Сп. Ильть, Сить — Игнатово, Кесьма — Самша-2, Ягорья — Мостовая, Сагожа — Радионка, Ухра — Панино	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{6,25}{6,94}$	231	$\frac{0,45}{0,40}$	$\frac{28}{12}$	$\frac{4,28}{2,85}$	$\frac{1,75}{0,87}$
2	Молога — Устюжна	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{6,26}{7,72}$	221	$\frac{0,45}{0,4}$	$\frac{30}{22}$	$\frac{6,85}{5,41}$	$\frac{2,08}{1,15}$
3	Жалочь — Шутово, Суда — Куракино, Колпь — В. Двор, Ворон — Ямышево	$\frac{4,4}{2,4}$	$\frac{5,67}{7,72}$	318	$\frac{0,45}{0,40}$	$\frac{30}{26}$	$\frac{10,0}{5,26}$	$\frac{1,16}{1,39}$
Куйбышевское водохранилище *								
1	Цивиль — Тувси	5	4,94	46,76	0,45	10	3	0,2
2	Кубня — Чатбаш, Була — Чутеево	5	6,25	26,04	0,40	8	4	0,2
3	Тойма — Гусевка	5	6,25	15,05	0,40		6	0,3
4	Меша — Пестрецы	5	6,25	37,38	0,40	16	6	0,1
5	Шешма — Слободка, Петропавловская, Зай — Пальчиково	5	6,25	35,99	0,40	16	6	0,2
6	Актai — Караваево	7	8,65	7,99	0,34	9	6	0,2
7	Большой — Чермасан	5	4,94	70,02	0,45	24	8	0,3

Номер района	Река—пункт	Коэффициент стайвания a мм/(°С·сут)	Коэффициент кривой распределения α'	Переходный коэффициент от k к $Q - k_f$	Коэффициент вариации распределения снежного покрова C_v	число ординат кривой добегаания	число характерных участков l	Время добегаания t
Нижнекамское водохранилище *								
1	Иж — Агрыз	4	6,25	45,7	0,40	15	4	0,32
2	Нижнее течение р. Иж	5	4,94	15,05	0,45	15	3	0,30
3	Быстрый Таньш — Алтаево, Бирь — Малосухоязово	4	6,25	70,0	0,40	15	4	0,37
4	Сюнь — Миньярово	5	4,94	70,8	0,45	8	3	0,30
5	Ик — Нагайбаково	5	4,94	142,4	0,45	16	3	0,30
Горьковское водохранилище								
1	Касть — Рылово, Урдома — Белятино, Пахна — Богослов, Печегда — Чебаково	4	6,94	29,4	0,45	15	25	0,4
		2	6,25		0,40	7	0,8	0,1
2	Которосль — Гаврилов Ям	4	6,94	57,6	0,45	24	2	0,6
		2	6,25		0,40	22	1,5	0,5
3	Солоница — Бортниково, Туношонка — Орлецы, Нерехта — Нерехта	4	6,94	13,6	0,45	15	3	0,9
		2	6,25		0,40	9	2,5	1,2
4	Кострома — Буй	4	5,67	103	0,45	29	4,5	0,9
		2	7,72		0,40	17	1,5	1
5	Обнора — Шарна, Соть — Верх. Жар	4	6,25	28,7	0,45	29	4	0,5
		2	6,94		0,40	14	3	0,4
6	Тebза — Борок, Шача — Рябцево, Андоба — Любимцево	4	6,25	25,2	0,45	18	6	0,4
		2	6,94		0,40	8	4	0,3
7	Межа — Ямково, Покша — Рыжково, Стежера — Шолохово	4	6,94	18,0	0,45	9	3	0,6
		2	6,25		0,40	7	2	0,5
8	Сунжа — Н. Писцово, Шача — Приволжск	4	6,94	10,7	0,45	5	3	0,55
		2	6,25		0,40	5	2	0,45
9	Немда — Селище	4	5,67	43,0	0,45	17	3	0,3
		2	7,72		0,40	13	2,5	2,5
10	Мера — М. Березово, Медоза — Заборье, Желвата — Кельи, Сендега — Покровское	4	5,67	16,6	0,45	9	4	0,35
		2	7,72		0,40	15	3	0,2
11	Нея — Буслаево	4	5,67	66,1	0,45	16	2	0,65
		2	7,72		0,40	7	1,5	0,5
12	Черный Лух — Юрово, Белый Лух — Тимошино	4	5,67	10,5	0,45	19	4	0,65
		2	7,72		0,40	16	3	0,55
13	Межа — Загатино	4	5,67	24,5	0,45	11	3,2	0,5
		2	7,72		0,40	18	2,7	0,3

* Данные относятся ко всему водосбору.

а также фактический, рассчитанный по расходам воды, и ожидаемый ежедневный приток воды в водохранилища;

— расширенная выдача, когда помимо результатов прогноза печатаются суточные значения снеготаяния для всех районов на дату выпуска прогноза и на 5 сут вперед;

— полная выдача, которая содержит всю исходную гидрологическую и метеорологическую информацию, результаты расчета половодья от начала половодья до даты выпуска прогноза и на 5 сут вперед, а также ожидаемые расходы для всех районов и приток воды к водохранилищам. Полная выдача позволяет анализировать всю исходную информацию и результаты расчетов за весь период половодья. Такой анализ дает возможность корректировать прогноз с учетом опыта и знаний специалиста. Практика показывает, что корректировка прогноза специалистами дает обычно положительные результаты в отношении уменьшения погрешностей.

За период испытания рассматриваемой системы по всем водным объектам было выпущено 560 прогнозов с заблаговременностью 1—5 сут. В целом ошибки прогнозов, составленные в оперативном режиме для 5 лет, удовлетворяют требованиям Наставления. Применение этой системы не требует перестройки сбора гидрометеорологической информации, но в то же время позволяет максимально использовать данные наблюдений существующих станций и постов. Несмотря на большое количество объектов, по которым составляется прогноз, затраты времени обслуживающего ее персонала сведены к минимуму.

Глава 8. Прогноз стока по русловым запасам и притоку воды в речную сеть

В п. 2.2.1 были рассмотрены способы расчета объемов воды на участках рек. Разбив речную сеть на ряд участков и построив для каждого из них кривые объемов, можно определить запасы воды в определенной части русловой сети:

$$W = \sum_{i=1}^m W_i, \quad (8.1)$$

где W_i — объем воды на i -м участке, m — число участков.

Определение общего запаса воды во всей разветвленной речной сети, включающей и очень малые реки, сопряжено с трудностями, связанными с недостатком гидрометрических данных. В таких случаях целесообразно использовать ту или иную модель распределения водотоков различного порядка в речной сети.

8.1. Определение русловых запасов воды с учетом моделей строения речной сети

В основе таких моделей лежит группировка водотоков (рек) по их порядку. Самые малые неразветвленные русла, получающие воду непосредственно со склонов, принимаются за водотоки первого порядка. Сливаясь эти водотоки дают начало потокам второго порядка, которые в свою очередь образуют реки третьего порядка и т. д. Считается, что потоки одного порядка характеризуются близкими гидрологическими, гидравлическими и морфометрическими параметрами, которые взаимосвязаны и отражают особенности водотоков (рек) данного порядка. Общая длина реки n -го порядка (L_n) есть сумма длин (l) потоков от 1-го до n -го порядка, т. е.

$$L_n = \sum_{i=1}^{i=n} l_i.$$

В табл. 8.1. приведены соотношения между общей длиной реки и ее порядком n , полученные Н. А. Ржаницыным для рек равнинных ландшафтов европейской части СССР.

Таблица 8.1

Средняя длина рек и их порядок для равнинных рек по Н. А. Ржаницыну

Длина реки, км	Порядок реки	Длина реки, км	Порядок реки	Длина реки, км	Порядок реки
0,8	1	16,9	6	338	11
1,5	2	31,0	7	620	12
2,8	3	57,0	8	1140	13
5,1	4	104	9	2090	14
9,3	5	190	10	3810	15

Сгруппировав в соответствии с этой таблицей все потоки речной системы и определив для каждой группы средние характеристики потоков и их число в группе, можно подсчитать русловые запасы воды по всей русловой сети по соотношению

$$W = \sum_{n=1}^s l_n N_n \omega_n, \quad (8.2)$$

где l_n , ω_n — средние значения длины и площади поперечного сечения потоков n -го порядка; N_n — число потоков n -го порядка; s — максимальный порядок потока данной речной сети, т. е. порядок этой сети.

Для рек больших порядков (обычно больше 6-го) характеристики, входящие в соотношение (8.2), определяются по справочникам и данным гидрометрических наблюдений. Для большей части территории СССР эти данные обобщены в справочнике «Гидрологическая изученность» и в гидрологических ежегодни-

ках. Для более мелких потоков такие данные обычно отсутствуют и их приходится определять путем экстраполяции на основе соотношений, характеризующих строение речной сети.

Обобщив морфологические зависимости Н. А. Ржаницына, Ю. В. Горбунов получил следующие формулы, связывающие основные характеристики потоков различного порядка:

$$l_n = l_{n+a}/K_1^a, \quad (8.3)$$

$$N_n = \{(2,077 - 0,077n)/(2,077 - 0,077(n+a))\} N_{n+a} K_2^a, \quad (8.4)$$

для периода межени

$$\omega_n = 0,013^{0,83^n - 0,83^{n+a}} \omega_{n+a}/2,1^a, \quad (8.5)$$

где l_n и l_{n+a} , N_n и N_{n+a} , ω_n и ω_{n+a} — соответственно длина, количество и средняя площадь живого сечения водотоков n -го и $(n+a)$ -го порядка; K_1 — наиболее вероятное значение отношения длины потоков двух смежных порядков в данной речной сети, называемое обычно коэффициентом длины; K_2 — наиболее вероятное значение отношения числа потоков одинакового порядка в речных сетях двух смежных порядков, иногда называемого коэффициентом бифуркации.

Значения коэффициентов длины и бифуркации колеблются в значительных пределах: K_1 — от 1,3 до 2,5, K_2 — от 2,5 до 4. Средние значения коэффициента длины составляют, согласно Ржаницыну, для равнинных рек степной и лесостепной зоны 1,83, для рек лесной зоны 1,41, а для рек с сильно заболоченными бассейнами 1,26. Среднее значение коэффициента бифуркации для равнинных рек составляет 2,5—2,7. Речная сеть горных районов характеризуется более высокими значениями коэффициентов K_1 и K_2 .

Используя зависимости (8.3)—(8.5), можно получить выражение для расчета запасов воды в русловой сети n -го порядка по запасам в русловой сети $(n+a)$ -го порядка в меженный период:

$$W_n = \{(2,077 - 0,077n)/(2,077 - 0,077(n+a))\} \times \\ \times 0,013^{0,83^n - 0,83^{n+a}} 0,686^n W_{n+a}. \quad (8.6)$$

Зависимости (8.3)—(8.6) приближенные, поскольку их коэффициенты могут существенно меняться для различных водосборов. Следует также учитывать, что зависимости (8.5) и (8.6) получены для меженного периода и при прохождении паводков могут нарушаться. В связи с этим их целесообразно использовать для определения соответствующих характеристик потоков малого порядка (с 1-го по 5-й), сведения по которым отсутствуют в гидрологических ежегодниках и справочниках «Гидрологическая изученность». Аналогичные характеристики для потоков выше 5-го порядка необходимо определять по фактическим данным об уровнях воды, площади живого сечения и длине рек, помещаемым в указанных справочниках.

Р. А. Нежиховский предложил другую схематизацию речной сети для подсчета русловых запасов воды. Для описания структуры речной сети в его схеме используют число створов, равноудаленных от истоков рек. Всю русловую сеть делят на крупную, среднюю и мелкую. К крупной речной сети обычно относят участки рек, ограниченные гидрометрическими створами, удаленными на 100—150 км от истоков. Для небольших бассейнов с площадью водосбора меньше 15 000 км² лучше использовать граничные створы, удаленные на 50 км, а для больших бассейнов ($F > 100\,000$ км²) — на 150 км. Если граничных створов мало ($n_{гр} < 5$), то для повышения точности подсчета объема воды крупную русловую сеть лучше ограничивать створами с площадью водосбора 608, 2090 и 4300 км², что примерно отвечает граничным створам, удаленным соответственно на 5, 100 и 150 км.

При подсчете объема воды в крупной речной сети обычно используют гидрометрические данные, а для подсчета запасов воды в средней и мелкой сети — морфометрические зависимости. Эту сеть разбивают на 10 групп, в каждую из которых включают реки, ограниченные створами, отстоящими от истоков на расстояние 10, 20 и т. д. через 10 км. Из справочника по водным ресурсам определяют число створов, попавших в каждую градацию. Русловой запас (в кубических метрах) в этой сети определяют по соотношению

$$W_{0-100} = 10^6 A \bar{M} / \bar{v}, \quad (8.7)$$

где \bar{M} — средние для небольших рек (ограниченных створами, удаленными не более чем на 100 км от истоков) модули расхода, м³/(с·км²); \bar{v} — скорости течения, м/с. Параметр A определяют по формуле

$$A = \frac{1}{100} (0,5n_0f_0 + n_{10}f_{10} + \dots + n_{90}f_{90} + 0,5n_{100}f_{100}), \quad (8.8)$$

где $n_0, n_{10}, \dots, n_{100}$ — число створов, удаленных от истоков на расстояние 0, 10, ..., 100 км; $f_0, f_{10}, \dots, f_{100}$ — средняя площадь водосборов для этих же градаций от истоков.

При подсчете числа рек с длиной меньше 10 км могут возникнуть затруднения из-за ограниченности сведений о них. В этом случае можно воспользоваться табл. 8.2.

При использовании средней скорости течения \bar{v} в гидрометрических створах будем получать некоторое занижение объемов, так как эта скорость обычно больше средней скорости для всего малого бассейна. Поэтому можно использовать формулу

$$\bar{v} = 0,75aQ_{\max}^{0,25}i^{0,38}, \quad (8.9)$$

где Q_{\max} — средний многолетний максимальный расход воды, м³/с; i — средневзвешенный уклон реки от истока до пункта наблюдений, ‰; a — параметр, определяемый для рек с площадью водосбора от 200 до 5000 км² по табл. 8.3.

Таблица 8.2

Количество малых рек ($l < 10$ км) для европейской части СССР на 1000 км² площади

Природная зона	Рельеф бассейна	
	холмистые равнины и низменности	возвышенности и увалы
Тундровая	122	137
Лесная	150	160
Лесостепная	69	85
Степная	30	35
Полупустынная	25	30

Таблица 8.3

Параметр a в формуле (8.9) для рек европейской части СССР

Характеристика поймы	Морфометрическая характеристика реки		a
	отношение средней ширины к средней максимальной глубине (в половодье)	отношение средней ширины в половодье к средней ширине в межень	
Очень большая	$\frac{400}{250}$	$\frac{40}{30}$	$\frac{0,12}{0,14}$
	$\frac{200}{150}$	$\frac{25}{20}$	$\frac{0,15}{0,16}$
Средняя	$\frac{100}{70}$	$\frac{15}{10}$	$\frac{0,19}{0,22}$
	$\frac{40}{20}$	$\frac{5,0}{2,0}$	$\frac{0,26}{0,30}$
Отсутствует	$\frac{15}{5,0}$	$\frac{1,3}{1,1}$	$\frac{0,32}{0,35}$

Среднюю площадь водотока (f_l) каждой градации l можно определить по формуле

$$f_l = 0,58l^{1,78} \quad (8.10)$$

При подсчете русловых запасов для водосбора с площадью $F > 25\,000$ км² можно значительно упростить расчеты, используя для расчета A вместо зависимости (8.8) следующую формулу:

$$A = cF + d, \quad (8.11)$$

где c , d — параметры, определяемые по табл. 8.4; F — общая площадь, соответствующая средней и мелкой речной сети.

Объемы, подсчитанные на основе моделей строения речной сети, обычно представляют собой лишь индекс русловых запасов.

Таблица 8.4

Параметры c (числитель) и d (знаменатель) в формуле (8.11) для европейской части СССР

Природная зона	Длина водотока l км от истока		
	$0 < l < 50$	$0 < l < 100$	$0 < l < 150$
Тундровая	$\frac{0,017}{6,65}$	$\frac{0,040}{40,3}$	$\frac{0,066}{108}$
Лесная	$\frac{0,018}{6,49}$	$\frac{0,042}{39,8}$	$\frac{0,068}{107}$
Лесостепная	$\frac{0,013}{7,53}$	$\frac{0,035}{43,1}$	$\frac{0,061}{110}$
Степная	$\frac{0,011}{7,88}$	$\frac{0,032}{44,2}$	$\frac{0,058}{110}$
Полупустынная	$\frac{0,011}{8,09}$	$\frac{0,031}{45,1}$	$\frac{0,057}{111}$

Для получения действительных запасов необходимо сопоставление русловых запасов, рассчитанных для хорошо освещенных данными наблюдений водосборов по уравнению водного баланса и полученных с использованием модели строения речной сети, на основании которого можно получить переходный коэффициент.

Пример 8.1. Определение запаса воды в речной сети бассейна Вятки по морфометрическим данным (способ Ю. В. Горбунова).

Длина р. Вятки 1314 км, площадь водосбора 129 000 км². Речная сеть Вятки представляет собой сложную структуру, включающую, согласно справочнику «Гидрологическая изученность» т. 11 (табл. 2а, с. 139), более 20 000 водотоков общей протяженностью около 70 000 км. Все водотоки бассейна Вятки длиной более 10 км перечислены в табл. 2 справочника (с. 114—132). Эти водотоки разбиваем на группы рек одинакового порядка. Выбранные интервалы длины и соответствующий им порядок рек указаны в графах 1 и 2 табл. 8.5. Река Вятка 13-го порядка, а ее главные притоки — реки 11-го порядка. Рек 12-го порядка в речной сети Вятки нет. По табл. 2 справочника «Гидрологическая изученность» определяем число рек, попавших в каждую группу, и их суммарную длину (графы 3 и 4 табл. 8.5) для потоков выше 5-го порядка. Разделив полученные значения суммарной длины на число рек, найдем среднюю длину реки.

Каждая река n -го порядка представляет собой цепочку речных участков (потоков) от 1-го до n -го порядка, и, следовательно, число потоков каждого порядка можно определить, зная число рек соответствующих порядков:

$$N_n = N'_n + N'_{n+1} + N'_{n+2} + \dots + N'_s, \quad (8.12)$$

Таблица 8.5

Расчет морфометрических характеристик речной сети Вятки (река 13-го порядка, $F = 129\,000 \text{ км}^2$)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Длина реки, км	Порядок реки (полюса) n	Число рек каждого порядка N'_n	Суммарная длина рек каждого порядка $\sum L_n \text{ км}$	Средняя длина реки $L_n = \frac{\sum L_{n,i}}{N'_n} \text{ км}$	Средняя длина потока $l_n = L_n - L_{n-1} \text{ км}$	Число потоков каждого порядка $N^n = N'^n + N'^{n+1} + \dots + N'^{13}$	Суммарная длина потоков, тыс. км $\sum l_n N^n$	Площадь поперечного сечения потока в долях площади по формуле (8.5)
<1	1	Нет сведений						
1,1-2	2	То же			0,4*	80 000*	32,0	0,0005
2,1-3,5	3	"			0,7**	32 000*	22,4	0,0015
3,6-6,5	4	"			1,3**	12 000*	15,6	0,0054
6,6-10	5	"			2,3**	5 000*	11,5	0,020
11-24	6	491	8370	17,1	4,5**	1 700*	7,6	0,053
25-44	7	183	5945	32,5	8,2**	276	5,7	0,145
45-80	8	57	3543	62,2	15,4	93	4,2	0,39
81-147	9	20	2201	110	29,7	36	2,8	1,0
148-265	10	11	2091	190	48	16	1,7	
266-510	11	4	1496	374	80	5	1,3	
511-880	12	0	0	0	184**	1	0,3	
881-1570	13	1	1314	1314	398**	1	0,4	

* Данные получены путем экстраполяции (рис. 8.1).

** Границы потоков 12-го и 13-го порядков определены на карте-схеме, после чего их длина определена непосредственно по справочнику, а не по формуле, как это сделано для потоков с 11-го по 7-й порядок.

где N'_s — число рек главного порядка, всегда равное единице (в нашем случае $s=13$).

Средняя длина потока n -го порядка равна разности средней длины рек данного и предыдущего порядка:

$$l_n = L_n - L_{n-1}. \quad (8.13)$$

Подставив соответствующие данные табл. 8.5 в формулы (8.12) и (8.13), найдем значения N_n и l_n для потоков с 11-го по 6-й порядок. Поскольку реки 12-го порядка в Вятку не впадают, границу между потоками 12-го и 13-го порядков назначаем условно в точке впадения в Вятку р. Пижмы (11-го порядка). Длину этих потоков затем определяем по данным справочника.

Для определения значений l_n и N_n более мелких потоков построим зависимости $l_n = f_1(n)$ и $N_n = f_2(n)$ на полулогарифмической сетке по данным, рассчитанным для потоков больших порядков (рис. 8.1). Эти зависимости отражают закономерности, описываемые формулами (8.3 и (8.4). Как видно на рис. 8.1, эти зависимости достаточно хорошо аппроксимируются прямыми линиями. Продолжив эти прямые в область потоков малых порядков, с рис. 8.1 можно снять соответствующие величины для потоков с 1-го по 5-й порядок.

В графе 8 табл. 8.5 приведена суммарная длина потоков, равная произведению $l_n N_n$. Подставив их в формулу (8.2), получим выражение для расчета запасов воды в речной сети Вятки:

$$W_{1-13} = 32,0\omega_1 + 22,4\omega_2 + 15,6\omega_3 + 11,5\omega_4 + 7,6\omega_5 + 5,7\omega_6 + \\ + 4,2\omega_7 + 2,8\omega_8 + 1,7\omega_9 + 1,3\omega_{10} + 0,9\omega_{11} + 0,3\omega_{12} + 0,4\omega_{13}, \quad (8.14)$$

где средняя площадь поперечного сечения потока ω_i выражена в тысячах квадратных метров, а запас воды — в кубических километрах.

Площадь поперечного сечения потока рассчитываем по зависимости ее от уровня воды H на гидрологических постах в бассейне Вятки, затем осредняем для всех потоков данного порядка. Зависимость $\omega = \varphi(H)$ строим заблаговременно по данным таблицы измеренных расходов, помещаемых в гидрологических ежегодниках т. 4, вып. 5—7 (либо публикующихся отдельным изданием). Если пост не расходный, то зависимость $\omega = \varphi(H)$ строим по данным поперечного профиля гидрологического поста. Всего таким образом по бассейну Вятки можно построить более 40 зависимостей $\omega = \varphi(H)$, но более 90% из них будет принадлежать потокам (8—13)-го порядка. Следовательно, потоки малых порядков, число которых велико (табл. 8.5), остаются практически не освещенными данными наблюдений за уровнем воды.

Для приближенной оценки запасов в малых потоках используем морфологическую закономерность (8.5), позволяющую экстраполировать площадь поперечного сечения потоков. С ее помощью площадь сечения потоков с 1-го по 7-й порядок выражаем через площадь сечения потока 8-го порядка (графа 9 табл. 8.5).

Умножив затем отношение ω_n/ω_8 (графа 9) на соответствующую ему величину $l_n N_n$ (графа 8), получим соотношение для расчета

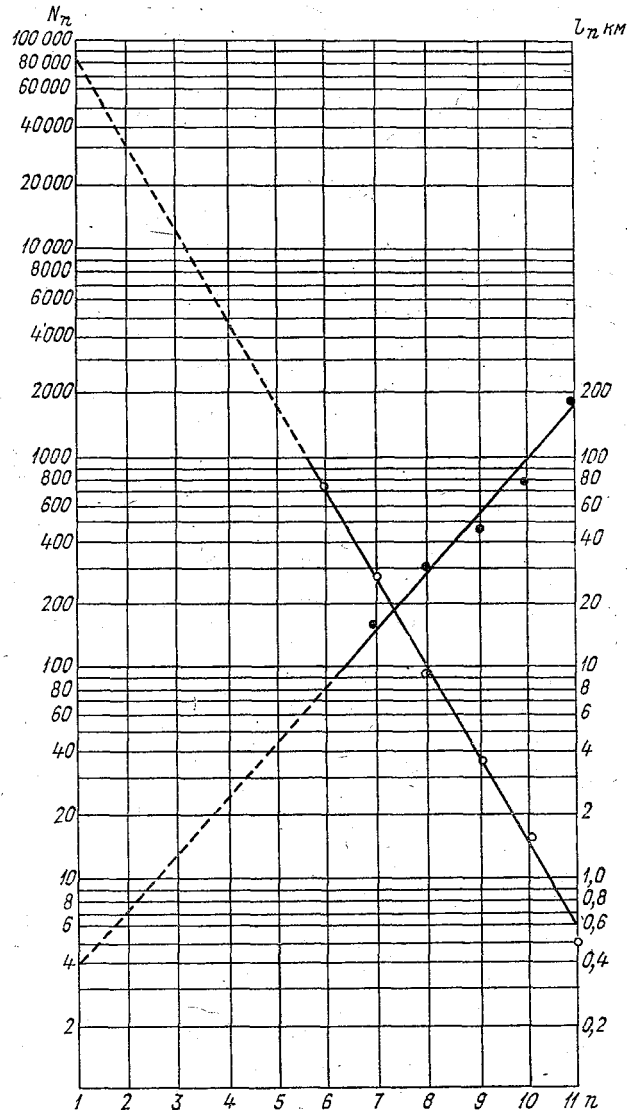


Рис. 8.1. Экстраполяция числа (N_n) и средней длины (l_n) потоков речной сети Вятки.

запасов воды в потоках малых порядков через площадь сечения потока 8-го порядка:

$$W_7 = 1,66\omega_8; \quad W_6 = 0,83\omega_8; \quad W_5 = 0,40\omega_8; \quad W_4 = 0,23\omega_8;$$

$$W_3 = 0,084\omega_8; \quad W_2 = 0,034\omega_8; \quad W_1 = 0,016\omega_8,$$

Таблица 8.6

Расчет запаса воды в речной сети Вятки 30/IV 1957 г. по формуле (8.15)

Река—пункт	Уровень воды H см	Площадь живого сечения $\omega = \varphi(H)$ м ²
Потоки 8-го порядка		
Федоровка — Комарово	454	130
Белая Холуница — Климовка	268	78
Медянка — Песок	394	132
Лоза — Игра	501	137
Средняя площадь ω_8 м ²	119	
Запас воды $W_{1-8} =$ $= 6,1 \cdot 10^{-3} \omega_8$ км ³	0,73	
Потоки 9-го порядка		
Вятка — Красноглинье	364	186
Черная Холуница — Троица	362	93
Летка — Летка	372	106
Чепца — Полом	718	1650
Великая — Великоорецкое	579	390
Быстрица — Шипицино	500	440
Ярань — Наумово	270	65
Немда — Луговая	311	350
Вая — Нолинск	568	500
Лумпун — Шмыки	945	179
Лобань — Рыбная Ва- тага	734	360
Средняя площадь ω_9 м ²	388	
Запас воды $W_9 =$ $= 1,7 \cdot 10^{-3} \omega_9$ км ³	0,66	
Потоки 10-го порядка		
Вятка — Екатерининское	564	920
Кобра — В. Тюрюханы	316	310
Кобра — Короткие	367	140
Летка — Казань	519	214
Чепца — Глазов	626	2400
Молома — Пермьское	492	460
Пижма — Худяки	615	3980
Кильмезь — М. Сюмси	590	282
Вала — Вавож	543	278
Средняя площадь ω_{10} м ²	998	
Запас воды $W_{10} =$ $= 1,3 \cdot 10^{-3} \omega_{10}$ км ³	1,30	
Потоки 11-го порядка		
Вятка — Усатьевская	466	730
Чепца — Градобой	860	1470
Вятка — Слободской	372	1110

Река—пункт	Уровень воды H см	Площадь живого сечения $\omega = \Phi(H)$ м ²
Молома — Шетиненки	556	740
Кильмезь — Вичмарь	796	720
Средняя площадь ω_{11} м ²	955	
Запас воды $W_{11} =$ $= 0,9 \cdot 10^{-3} \omega_{11}$ км ³	0,86	
Потоки 12-го порядка		
Вятка — Киров	408	2440
Вятка — Котельнич	553	4020
Средняя площадь ω_{12} м ²	3230	
Запас воды $W_{12} =$ $= 0,3 \cdot 10^{-3} \omega_{12}$ км ³	0,97	
Потоки 13-го порядка		
Вятка — Аркуль	624	3580
Вятка — В. Пересоки	886	4000
Вятка — Вятские По- ляны	782	3900
Вятка — Березовые По- ляны	1111	4860
Средняя площадь ω_{13} м ²	4085	
Запас воды $W_{13} =$ $= 0,4 \cdot 10^{-3} \omega_{13}$ км ³	1,63	
Суммарный запас воды $W_{1-13} = \sum_{1}^{13} W_n = 6,15$ км ³		

а суммарный запас в потоках малого порядка, следовательно, будет: $W_{1-7} = 3,24 \omega_8$. Подставив последнее соотношение в формулу (8.14), получим упрощенную формулу, по которой можно делать практический расчет запасов воды в речной сети Вятки на любую дату:

$$W_{1-13} = 6,1\omega_8 + 1,7\omega_9 + 1,3\omega_{10} + 0,9\omega_{11} + 0,3\omega_{12} + 0,4\omega_{13}. \quad (8.15)$$

Пример расчета запаса воды для Вятки на 30/IV 1957 г. приведен в табл. 8.6.

Рассчитанный суммарный запас воды составил 6,15 км³, причем около 80 % этой воды оказалось сосредоточенной на нижних участках средних и крупных рек (в потоках 10—13-го порядка).

Рассчитанный запас воды в речной сети, как показывают исследования, обычно несколько ниже действительного. Это связано с тем, что площадь поперечного сечения в гидрометрических створах, как правило, на 20—40 % меньше средней на участке площади сечения потоков (гидрометрические створы специально выбирают в местах с неширокой поймой). Если полученные запасы

воды используют как индекс действительных запасов, например при прогнозе по ним стока, то это занижение можно не учитывать. Если же запасы воды необходимо определить более точно, например при составлении руслового водного баланса, то в вычисленные описанным методом запасы воды в речной сети необходимо ввести поправочный коэффициент, равный среднему отношению запасов, рассчитанных по морфометрическим характеристикам,

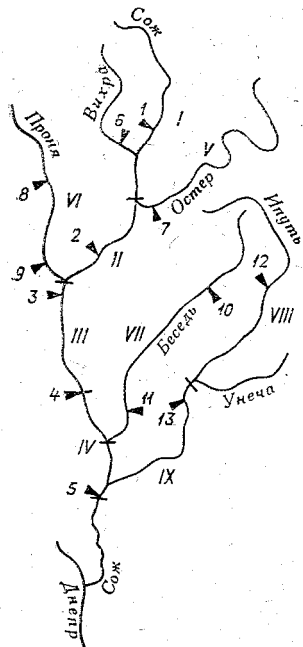


Рис. 8.2. Схема русловой сети бассейна р. Сож до г. Гомеля.

Римские цифры — номера участков крупной русловой сети, арабские цифры — номера створов по табл. 8.7.

к запасам, рассчитанным по уравнению водного баланса речной сети.

Пример 8.2. Определение русловых запасов р. Сож до г. Гомеля (способ Р. А. Нежиховского).

Река Сож до г. Гомеля имеет площадь водосбора $F=38\,900\text{ км}^2$ и длину $L=543\text{ км}$. На этом участке впадают четыре больших притока: Остер, Проня, Беседа и Ипуть. Поскольку граничных створов, удаленных на 100 км от истоков, в данном бассейне всего пять, крупную русловую сеть ограничим сверху створами с площадью $f_{гр}=f_{100}=2090\text{ км}^2$. Выделенная таким образом крупная русловая сеть разделена на девять относительно бесприточных участков (рис. 8.2), которые вместе с гидрометрическими створами и формулами для вычисления средних расходов воды \bar{Q} на них указаны в табл. 8.7.

На большинстве участков скорость течения \bar{v} не остается постоянной при изменении расхода воды \bar{Q} , но и нет необходимых данных для построения связей $\bar{v}=f(\bar{Q})$. Поэтому для всех участ-

Таблица 8.7

К вычислению объема воды в крупной русловой сети бассейна р. Сож до г. Гомеля

№ уч. ка на рис. 8.2	Участок	Длина l км	Скорость течения \bar{v} м/с	Формула для вычисления среднего расхода воды \bar{Q} м ³ /с
I	р. Сож, створ f_{100} — устье р. Остера	82	0,65	$\bar{Q} = Q_1 + 0,5Q_6$
II	р. Сож, устье р. Остера — устье р. Прони	132	0,60	$\bar{Q} = \bar{Q}_2$
III	р. Сож, устье р. Прони — пгт Чечерск	94	0,54	$\bar{Q} = 0,5(Q_3 + Q_4)$
IV	р. Сож, пгт Чечерск — г. Гомель	97	0,37	$\bar{Q} = 0,7Q_4 + 0,3Q_5$
V	р. Остер, створ f_{100} — устье	126	0,40	$\bar{Q} = 0,9Q_7$
VI	р. Проня, створ f_{100} — устье	81	0,60	$\bar{Q} = 0,5(Q_8 + Q_9)$
VII	р. Беседь, створ f_{100} — устье	220	0,40	$\bar{Q} = 0,5(Q_{10} + Q_{11})$
VIII	р. Ипуть, створ f_{100} — устье р. Унечи	139	0,38	$\bar{Q} = 1,3Q_{12}$
IX	р. Ипуть, устье р. Унечи — устье	159	0,38	$\bar{Q} = 1,2Q_{13}$

Примечание. Порядковый номер гидрометрического створа соответствует индексу при Q : 1) р. Сож — г. Ускосы, 2) р. Сож — г. Чериков, 3) р. Сож — г. Славгород, 4) р. Сож — пгт Чечерск, 5) р. Сож — г. Гомель, 6) р. Вихра — с. Куровичи, 7) р. Остер — с. Ходунь, 8) р. Проня — с. Будино, 9) р. Проня — с. Летяги, 10) р. Беседь — с. Белинковичи, 11) р. Беседь — с. Светиловичи, 12) р. Ипуть — с. Крутояр, 13) р. Ипуть — с. Ущерпье.

ков принята линейная зависимость $W=f(\bar{Q})$, т. е. $W=l\bar{Q}/\bar{v}$ (W в млн м³, l в м, \bar{v} в м/с). Значения \bar{v} , найденные отчасти по наблюдениям в гидрометрических створах (с уменьшением в среднем на 20 %) и отчасти по времени добега гребней паводков, приведены в табл. 8.7. По данным этой таблицы для подсчета объема воды (в млн м³) в крупной русловой сети после приведения подобных членов получаем выражение

$$W_{кр} = 0,13Q_1 + 0,22Q_2 + 0,09Q_3 + 0,28Q_4 + 0,08Q_5 + 0,06Q_6 + \\ + 0,28Q_7 + 0,07Q_8 + 0,07Q_9 + 0,27Q_{10} + 0,27Q_{11} + \\ + 0,48Q_{12} + 0,50Q_{13}, \quad (8.16)$$

где индексы при расходах соответствуют номерам гидрометрических створов по табл. 8.7.

Объем воды в средней и мелкой русловой сети определяем по уравнению (8.7). Для этого вычисляем коэффициент A и средние для небольших рек (ограниченных створами, удаленными от истока не более чем на 100 км) модули стока \bar{M} и скорости течения воды \bar{v} . Коэффициент A находим по формуле (8.11), для которой параметры c и d берем из табл. 8.4. Поскольку рассматриваемая средняя и мелкая русловая сеть ($0 < l < 100$) расположена

в лесостепной зоне, то $c=0,035$, $d=43,1$. В итоге $A=0,035 \times \times 38\,900 + 43,1 = 1400$.

Для вычисления среднего модуля расхода выбираем реки-аналоги, расположенные равномерно по территории бассейна, которые можно считать репрезентативными

$$\bar{M} = \frac{1}{5} \left(\frac{Q_{14}}{158} + \frac{Q_{15}}{130} + \frac{Q_{16}}{171} + \frac{Q_{17}}{173} + \frac{Q_{18}}{1180} \right),$$

где индексами при расходах обозначены створы: 14 — р. Белая Натопя — с. Писаревщина ($F=158 \text{ км}^2$), 15 — р. Лобжанка — с. Поля ($F=130 \text{ км}^2$), 16 — р. Проня — г. Горки ($F=171 \text{ км}^2$), 17 — р. Унеча — г. Унеча ($F=173 \text{ км}^2$) и 18 — р. Унеча — с. Лопатни ($F=1180 \text{ км}^2$).

Расчетную среднюю скорость течения \bar{v} , равную 0,35 м/с, находим путем осреднения по четырем небольшим рекам-аналогам, длина которых $l < 100 \text{ км}$. Для этого среднюю скорость каждой реки-аналога вычисляем по формуле (8.9), для которой параметр a берем из табл. 8.3.

В результате для подсчета объема воды в средней и мелкой русловой сети ($W_{\text{ср, м}}$ млн м^3) получаем уравнение

$$W_{\text{ср, м}} = 5,06Q_{14} + 6,15Q_{15} + 4,68Q_{16} + 4,63Q_{17} + 0,68Q_{18}. \quad (8.17)$$

По уравнениям (8.16) и (8.17) рассчитываем запасы, суммарные значения которых приведены в табл. 8.8.

Таблица 8.8

Исходные данные для построения прогностических зависимостей р. Сож у г. Гомеля

Год	Дата выпуска прогноза	Объем воды в крупной, средней и мелкой русловой сети W_i , в млн м^3	Максимальный расход весеннего половодья р. Сож у г. Гомеля и время его наступления		
			$Q_{\text{макс}}$ $\text{м}^3/\text{с}$	дата	ΔT сут
1949	6/IV	807	1470	16/IV	10
1950	7/IV	390	408	20, 21/IV	13 и 14
1951	31/III	2270	2950	6/IV	8
1952	16/IV	922	966	24/IV	6
1953	1/IV	2515	2910	6, 7/IV	5 и 6
1954	10/IV	1131	865	15/IV	5
1955	13/IV	626	1170	23, 24/IV	10
1956	18/IV	3070	4740	23/IV	5
1957	4/IV	869	1060	12/IV	8
1958	18/IV	3350	4450	23/IV	5
1959	30/III	728	890	9/IV	10
1960	12/IV	931	976	20/IV	8
1961	15/III	425	579	28/III	13
1962	8/IV	1618	3140	13/IV	5
1963	15/IV	1171	2230	19/IV	4
1964	12/IV	1177	1920	19/IV	7
1965	19/IV	631	860	27/IV	8
1966	4/III	904	1270	10/III	6
	14/III	975	1120	18/III	4
	2/IV	774	972	9/IV	7

8.2. Прогноз стока по запасам воды в русловой сети и притоку

Эти прогнозы основаны на зависимости

$$\bar{Q}_{t_0+\delta} = f(W_{t_0}, q_{t_0+\delta}), \quad (8.18)$$

где $\bar{Q}_{t_0+\delta}$ — средний расход воды за период заблаговременности прогноза δ ; W_{t_0} — русловые запасы воды в момент выпуска прогноза t_0 ; $q_{t_0+\delta}$ — приток воды к русловой сети за период заблаговременности прогноза.

По мере увеличения периода времени, на который составляют прогноз, уменьшается роль запасов, накопленных к моменту выпуска прогноза, и увеличивается роль последующего притока. Следовательно, заблаговременность такого прогноза зависит от интенсивности сработки русловых запасов и притока и может значительно меняться для различных рек (прежде всего от размера водосбора) и от сезона года.

В периоды летней и зимней межени заметного поступления поверхностных вод нет и прогноз может быть составлен только по данным о русловых запасах воды в момент прогноза:

$$\bar{Q}_{t_0+\delta} = f(W_{t_0}). \quad (8.19)$$

Такие зависимости используют и в том случае, если приток в русловую сеть за период заблаговременности существует, но изменчивость его в многолетнем разрезе не очень велика.

При построении эмпирических зависимостей типа (8.19) запасы воды надо учитывать только в той части речной сети, с которой вода проходит через замыкающий створ в течение периода осреднения предсказываемого стока. Для этого на карте изохрон добегания руслового стока выделяют зону между изохроной, проходящей через замыкающий створ, и изохроной, удаленной от него на δ сут. Для этой зоны и подсчитывают русловые запасы.

Иногда удается построить зависимости с заблаговременностью, заметно превышающей время добегания в русловой сети бассейна. Это чаще всего связано с наличием некоторой тенденции в изменении притока за период заблаговременности или с его малостью по сравнению с подземным стоком за этот же период.

Во время весеннего половодья и дождевых паводков приток воды в речную сеть резко меняется за период заблаговременности прогноза и зависимости вида (8.19) выражены слабо. В этих случаях необходимо учитывать последующий приток, т. е. строить зависимости (8.18) с двумя переменными.

Для расчета притока воды можно воспользоваться способами, изложенными в п. 2.3.1. Сложность состоит в том, что эти способы позволяют определить приток только до момента выпуска прогноза, поэтому на период заблаговременности его необходимо экстраполировать. Ряд наиболее часто используемых способов экстраполяции рассмотрен в п. 2.4.2. Следует отметить, что все эти

способы дают сравнительно хорошие результаты для периода спада уровней и значительно хуже для периода подъема. Поэтому способы прогноза, основанные на соотношении (8.18), чаще всего используют после наступления максимума притока. Для довольно крупных рек максимум притока воды к русловой сети наблюдается значительно раньше максимума расходов воды в замыкающем створе. Это обстоятельство используют при прогнозах Q_{\max} и H_{\max} по эмпирическим зависимостям $Q_{\max} = f(W_{\max})$, либо $H_{\max} = f(W_{\max})$.

Рассмотренные в п. 2.3.1 способы расчета притока довольно трудоемки и требуют привлечения обширной гидрометрической информации. При недостаточной освещенности водосбора данными наблюдений может быть использован приближенный прием, основанный на разделении объема стока за предсказываемый период на две составляющие, определяемые уже известными к моменту составления прогноза запасами воды в русловой сети, и поступлением воды в русло за период заблаговременности. В качестве характеристики запаса воды в русловой сети, известного к моменту составления прогноза, используют осредненные за какой-либо период времени расходы воды \bar{Q}_W . Практически деление на две составляющие объема стока осуществляют путем построения графика зависимости (8.19) без учета притока. На этой зависимости проводят прямую линию, ограничивающую точки со стороны оси W_{t_0} и проходящую через начало координат. Уравнение этой линии имеет вид

$$\bar{Q}_W = aW_{t_0}, \quad (8.20)$$

где a — тангенс угла наклона этой линии к оси W_{t_0} .

Если положить, что сток, определяемый уравнением (8.20), обусловлен уже имеющимися запасами воды, то последующий приток к русловой сети будет равен разности между фактическим стоком за период прогноза и рассчитанным по зависимости (8.20):

$$Q_{q, t_0 + \delta} = \bar{Q}_{t_0 + \delta} - aW_{t_0}. \quad (8.21)$$

Конечно, такое разделение носит условный характер, однако позволяет получить довольно простой способ учета притока.

В этом случае, как и при прямом определении притока, для прогноза необходимо экстраполировать значения \bar{Q}_q на период заблаговременности. При этом можно использовать приемы экстраполяции, изложенные в п. 2.4.2. Иногда для экстраполяции Q_q строят зависимость вида

$$Q_{q, t_0 + \delta} = f(q_{t_0}), \quad (8.22)$$

где q_{t_0} — приток к русловой сети, рассчитанный по гидрометрическим данным к моменту выпуска прогноза.

Такой прием позволяет составлять прогноз несколько раньше, так как максимум величины q наблюдается раньше, чем Q_q .

С учетом соотношения (8.22) можно записать прогностическую зависимость

$$\bar{Q}_{t_0 + \delta} = aW_{t_0} + f(q_{t_0}). \quad (8.23)$$

Пример 8.3. Прогноз высоты и времени наступления пика весеннего половодья р. Сож у г. Гомеля по русловым запасам.

Используем данные о русловых запасах, подсчитанных по методу Нежиховского в примере 8.2.

Дата выпуска прогноза соответствует моменту прохождения максимума половодья на двух сравнительно небольших реках: р. Сож у с. Ускосы ($F=2600 \text{ км}^2$) и р. Беседь у с. Светиловичи

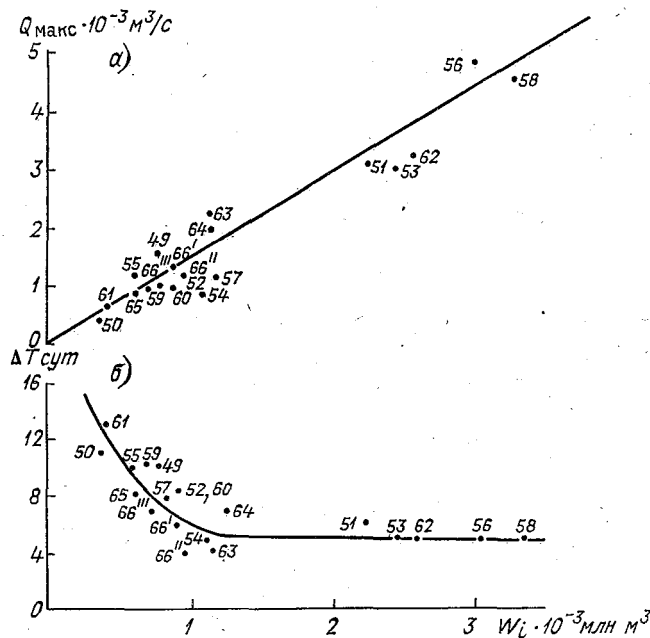


Рис. 8.3. Зависимости $Q_{\max}=f(W_i)$ (а) и $\Delta T=f(W_i)$ (б) для р. Сож у г. Гомеля.

Числа у точек — годы.

($F=5010 \text{ км}^2$). Эти реки расположены соответственно в верхней и нижней частях бассейна и являются достаточно показательными в отношении времени наступления пика половодья на средних и малых реках бассейна. Разница в датах пика половодья на этих двух реках в большинстве лет мала (1—3 сут), что не создает трудностей при выборе даты выпуска прогноза. В отдельные годы это различие составляет 4—5 сут. В этих случаях прогноз составляют на среднюю дату пиков половодья указанных рек, но не позднее, чем через 2 сут после максимума на одной из них.

По русловым запасам на указанные даты, максимальным расходам воды у г. Гомеля и времени их наступления за 1949—1966 гг. (табл. 8.8), строим зависимости для прогноза максимального расхода весеннего половодья $Q_{\max}=f(W_i)$ и времени его наступления $\Delta T=f(W_i)$ (рис. 8.3). Заблаговременность прогноза

составляет 5—6 сут в многоводные годы и 12—13 сут в маловодные. Точность зависимости для предсказания расходов $Q_{\text{макс}}$ характеризуется отношением $s/\sigma_s=0,47$, а для прогноза ΔT это отношение составляет 0,59.

Пример 8.4. Прогноз средних за 5 сут расходов воды р. Оби у г. Барнаула ($F=169\,000\text{ км}^2$) по русловым запасам.

Запасы воды в русловой сети определяем по расходам воды в трех створах: р. Катунь — с. Сrostки (Q_K), р. Бия — г. Бийск (Q_B) и р. Обь — г. Барнаул (Q_O). Время добегания до верхних створов составляет соответственно 1,5 и 2 сут; от верхних створов до г. Барнаула — 3,5 сут. Таким образом, общее время добегания к замыкающему створу составляет примерно 5 сут, что и явилось основанием для разработки методики прогноза средних за 5 сут расходов воды.

С учетом времени добегания на указанных участках можно записать выражение для расчета русловых запасов:

$$W = 1,5 \frac{Q_K}{2} + 2,0 \frac{Q_B}{2} + 3,5 \frac{Q_K + Q_B + Q_O}{2} = \\ = 2,5Q_K + 2,75Q_B + 1,75Q_O.$$

По этому соотношению были рассчитаны русловые запасы в период прохождения весеннего половодья с 1954 по 1983 г. На рис. 8.4 приведена зависимость этих запасов с осредненными по пятидневкам расходами воды. Зависимость оказалась линейной и хорошо аппроксимируется формулой

$$Q_{t_0+5} = 0,27W_{t_0}.$$

Пример 8.5. Прогноз среднего декадного стока р. Оки у с. Нижнего Избыльца по русловым запасам и притоку воды.

Площадь водосбора до с. Нижнего Избыльца $224\,000\text{ км}^2$. Русловые запасы вычисляем в зоне речной сети с декадным пробегом воды по уравнению

$$W_{t_0} = \sum_{i=1}^5 \tau_i Q_i = 0,1Q_1 + 0,7Q_2 + 0,8Q_3 + 0,4Q_4 + 1,1Q_5, \quad (8.24)$$

где индексы при Q означают створы на Оке: 1 — с. Половское ($F=99\,000\text{ км}^2$), 2 — г. Касимов ($F=130\,000\text{ км}^2$), 3 — г. Муром ($F=188\,000\text{ км}^2$), 4 — с. Нижний Избылец, 5 — г. Ковров на р. Клязьме ($F=24\,900\text{ км}^2$).

При определении коэффициентов в уравнении (8.24), зависящих от постоянного времени добегания на участках реки, последнее было выражено в значениях расчетной единицы, равной 5 сут. Расход воды Q_0 в створе, расположенном на изохроне добегания руслового стока, равной 10 сут, до с. Нижнего Избыльца, находим

путем интерполяции расходов воды на участке Половское—Касимов с учетом соотношения времени добегаия:

$$Q_0 = 0,4Q_1 + 0,6Q_2. \quad (8.25)$$

По известным значениям средних декадных расходов воды \bar{Q}_{t_0+10} и рассчитанным русловым запасам в момент прогноза t_0 строим график $\bar{Q}_{t_0+10} = f(W_{t_0})$, на котором со стороны оси русло-

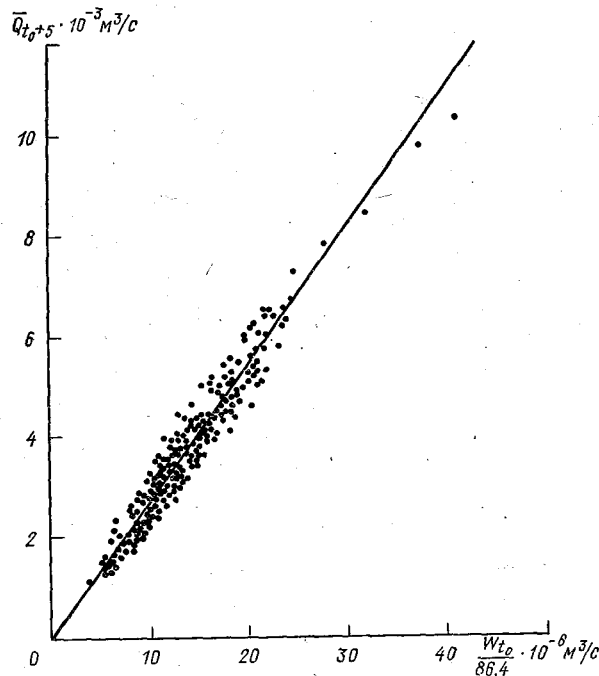


Рис. 8.4. Зависимость для прогноза среднего на пятидневку стока р. Оби у г. Барнаула.

вых запасов проводим прямую. Аналитическое выражение этой прямой имеет вид

$$Q_w, t_0 + 10 = 0,58W_{t_0},$$

где 0,58 — значение тангенса угла наклона прямой к оси русловых запасов воды.

Используя это выражение и значения средних декадных расходов, по выражению (8.21) получаем ряд значений составляющей, обусловленной последующим притоком воды в русловую сеть:

$$Q_{q, t_0 + 10} = \bar{Q}_{t_0 + 10} - 0,58W_{t_0}.$$

По этим значениям, начиная с максимума $Q_{q, t_0 + 10}$, строим график связи смежных значений и проводим среднюю линию,

аналитическое выражение которой имеет вид

$$Q_{q, t_0+10} = 0,45Q_{q, t_0-10}.$$

Складывая обе составляющие, получаем выражение для прогноза среднего декадного стока:

$$\bar{Q}_{q, t_0+10} = 0,58W_{t_0} + 0,45Q_{q, t_0-10}. \quad (8.26)$$

При прогнозе по такой методике надо ежедневно или через день рассчитывать значения $Q_{q, t+10}$. Прогноз можно составлять с момента, когда $Q_{q, t+10}$ достигнет максимума.

Такие прогнозы можно составлять несколько раньше, если для задания составляющей $Q_{q, t+10}$ на период заблаговременности воспользоваться зависимостью (8.22). При этом для расчета притока воды воспользуемся уравнением водного баланса всего участка (между 10-й изохроной и замыкающим створом):

$$q_{t_0} = Q_1 - Q_0 + (W_{t_0} - W_{t_0-5}).$$

Расход воды Q_0 определяем по соотношению (8.25), а W_{t_0} и W_{t_0-5} — по формуле (8.24).

Зависимость между Q_{q, t_0+10} и q_{t_0} (с момента наступления максимума притока q_{t_0}) оказалась линейной, и ее можно аппроксимировать выражением

$$Q_{q, t_0+10} = 0,35q_{t_0}.$$

Тогда вместо зависимости (8.26) получим следующее уравнение для прогноза средних декадных расходов воды:

$$Q_{t_0+10} = 0,58W_{t_0} + 0,35q_{t_0}.$$

8.3. Прогноз расходов воды по тенденции и кривым спада

Эти способы прогноза основаны на использовании инерционности в гидрологических явлениях. Предполагается, что существующая в момент выпуска прогноза тенденция в изменении уровня или расхода воды сохраняется в течение некоторого времени. Это свойство позволяет применять методы экстраполяции хода уровней и расходов воды по тенденции их изменения на некоторое время вперед. Один из приемов основывается на использовании связи между приращениями уровней (расходов) воды за короткий и более длительный интервалы времени либо между расходами, взятыми в различные моменты времени. Такая экстраполяция на небольшой период (большой на спаде и меньший на подъеме) дает неплохие результаты для крупных рек. При увеличении заблаговременности формальная экстраполяция может приводить к нереальным результатам.

Более обоснованным является прогноз стока по кривым спада паводка и половодья, в котором используют как приемы формаль-

ной экстраполяции, так и методы физического анализа явления истощения. Опыт показал, что при отсутствии значительного притока воды в речную сеть кривые спада различных паводков могут быть обобщены в виде одной типовой кривой. Для рек, вытекающих из озер, кривые спада наиболее устойчивы и между стоком предыдущего и последующих периодов в течение длительного времени сохраняется связь.

Наилучшие условия для прогноза по тенденции имеются в низовьях крупных рек, где подъем и спад уровня характеризуется плавностью и большой продолжительностью. В этом случае указанный метод может быть не только менее трудоемким, но и более точным, особенно при прогнозе с малой заблаговременностью (2—3 сут).

Возможность уверенного экстраполирования уровня или расхода воды на средних реках значительно уменьшается ввиду резких и непродолжительных подъемов и спадов уровня. Метод тенденций на малых реках, со средней продолжительностью устойчивых подъемов и спадов 5—6 сут, не может быть использован даже при заблаговременности прогноза 1 сут.

В практике используют два подхода при экстраполяции:

а) устанавливают зависимости, учитывающие закономерности хода уровней (расходов) в данном створе в течение предшествующего периода времени;

б) ищут типовые для данной реки формы хода уровней (расходов), например кривые спада половодья.

В первом способе чаще других используют зависимости вида:

$$H(t) = H(0) + at + bt^2, \quad (8.27)$$

$$H(t) = H(0) + ct^m, \quad (8.28)$$

$$D = f(\Delta), \quad (8.29)$$

где $H(0)$ и $H(t)$ — уровень воды соответственно в момент времени t , равный 0 и t ; a , b , c , m — коэффициенты; Δ и D — изменения уровня (расхода) воды соответственно за короткий период времени Δt и более длительный $(\Delta t + \delta)$; δ — заблаговременность прогноза.

Для определения коэффициентов зависимости (8.27) и (8.28) преобразуют в линейные уравнения соответственно:

$$[H(t) - H(0)]/t = a + bt, \quad (8.30)$$

$$\lg [H(t) - H(0)] = \lg c + m \lg t. \quad (8.31)$$

Во всех этих случаях зависимости строят по данным за небольшой период времени и коэффициенты постоянно уточняют, что снижает их объективность и затрудняет использование в прогнозе. Соотношения (8.27)—(8.29) чаще используют в период подъема уровней воды для прогноза с малой заблаговременностью.

Для прогноза спада уровня предпочтительнее пользоваться вторым подходом, основанным на типовых кривых спада. Существует ряд способов установления типовых кривых спада.

В способе, предложенном А. В. Огиевским, учитываются различия в ходе спада, связанные со степенью наполнения русла. В этом случае строятся несколько типовых кривых по ежегодным кривым спада, сгруппированным по величине $Q_{\text{макс}}$.

К. П. Воскресенский предложил строить среднюю многолетнюю кривую спада уровня по ежегодным кривым, выраженным в относительных величинах: расход воды — в долях максимального расхода для данного года, а время — в долях продолжительности спада:

$$Q_t/Q_{\text{макс}} = f(t/T_{\text{сп}}), \quad (8.32)$$

где Q_t — расход воды в t -й момент времени, считая от даты максимального расхода воды $Q_{\text{макс}}$; $T_{\text{сп}}$ — продолжительность спада.

Чтобы использовать такую кривую спада для прогноза, необходимо помимо известной к моменту выпуска прогноза величины $Q_{\text{макс}}$ также знать $T_{\text{сп}}$. Поскольку последнюю можно определить только в конце спада, используют следующий приближенный способ ее предвычисления. Через несколько суток после начала спада (в момент t_1) вычисляют отношение $Q_t/Q_{\text{макс}}$ и по его значению с типовой кривой спада (8.32) снимают значение $t_1/T_{\text{сп}}$. Зная t_1 , определяют продолжительность спада $T_{\text{сп}}$. После этого по кривой спада на каждые сутки можно определить $Q_t/Q_{\text{макс}}$, а следовательно, и ход расхода воды на протяжении всего спада.

Для описания кривых спада используют также аналитические выражения

$$Q_t = Q_{\text{макс}} \exp(-at) \quad (8.33)$$

или

$$Q_t = Q_{\text{макс}}/(1 + \beta t)^2, \quad (8.34)$$

где a и β — коэффициенты, которые зависят от строения речной сети бассейна, распределения запасов воды в русловой сети и их пополнения.

Коэффициенты a и β могут значительно меняться от года к году и даже в период спада для одного года. Поэтому первоначально определяют средние их значения за период спада для ряда лет, а затем строят графики связи полученных значений с характеристиками запасов воды в бассейне:

$$\bar{a} = f(W) \text{ либо } \bar{\beta} = f(W),$$

где W — запас воды в русловой сети, определенный на дату максимального расхода каждого года.

При большой изменчивости коэффициентов a и β в период спада строят обобщенные за ряд лет зависимости

$$\beta_t/\bar{\beta} = f(t) \text{ либо } a_t/\bar{a} = f(t).$$

Пример 8.6. Прогноз расходов воды по кривой спада половодья р. Припяти у г. Мозыря.

Площадь бассейна р. Припяти 114 300 км² (длина 802 км). Значительная часть бассейна покрыта болотами. Интенсивность спада половодья и его продолжительность зависят от высоты весеннего половодья и количества осадков за период спада. Осадки влияют в основном на интенсивность спада и редко вызывают подъем уровней.

Для описания кривой спада воспользуемся выражением (8.34). Вначале определим значения β_t , преобразовав соотношение (8.34):

$$\beta_t = (\sqrt{Q_{\text{макс}}/Q_t} - 1) t^{-1}. \quad (8.35)$$

Расчеты по этому соотношению выполнены за период с 1936 по 1960 г. для всех спадов половодья. В табл. 8.9 приведен при-

Таблица 8.9

Расчет параметров β_t , $\bar{\beta}$ и $\beta_t/\bar{\beta}$, р. Припять — г. Мозырь, 1956 г.

Дата	Время от начала спада t	Q_t	$\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t}$	$\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t}}$	$\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t} - 1}$	$\beta_t = \left(\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t} - 1} \right) t^{-1}$	$\frac{\beta_t}{\bar{\beta}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
29/IV	0	3420					
2/V	3	3060	1,118	1,057	0,057	0,019	0,54
5/V	6	2560	1,336	1,156	0,156	0,026	0,74
8/V	9	2030	1,685	1,298	0,298	0,033	0,94
11/V	12	1620	2,111	1,453	0,453	0,038	1,09
14/V	15	1340	2,552	1,598	0,598	0,040	1,14
17/V	18	1130	3,027	1,740	0,740	0,041	1,17
19/V	20	1040	3,288	1,813	0,813	0,041	1,17
24/V	25	879	3,891	1,973	0,973	0,039	1,11
29/V	30	742	4,609	2,147	1,147	0,038	1,09
3/VI	35	647	5,286	2,299	1,299	0,037	1,06
8/VI	40	564	6,064	2,463	1,463	0,037	1,06
13/VI	45	500	6,840	2,615	1,615	0,036	1,03
18/VI	50	446	7,668	2,769	1,769	0,035	1,00
23/VI	55	411	8,321	2,885	1,885	0,034	0,97
28/VI	60	360	9,500	3,082	2,082	0,035	1,00
3/VII	65	319	10,72	3,274	2,274	0,035	1,00
8/VII	70	285	12,00	3,464	2,464	0,035	1,00
13/VII	75	255	13,41	3,662	2,662	0,035	1,00
18/VII	80	238	14,37	3,791	2,791	0,035	1,00
23/VII	85	223	15,34	3,916	2,916	0,034	0,97
					$T = 83$	$\bar{\beta} = 0,035$	

мер расчета для 1956 г. Для каждого года определяем средние значения $\bar{\beta}$ и отношение $\beta_t/\bar{\beta}$ (графа 8). Чтобы избежать ошибок в отборе данных для расчета, продолжительность спада T ,

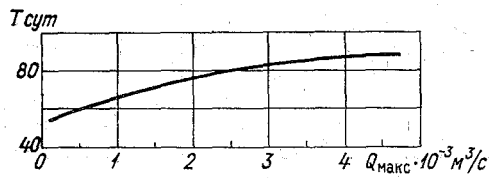


Рис. 8.5. Зависимость продолжительности спада половодья от максимальных расходов воды для р. Припяти у г. Мозыря.

определенную по таблицам расходов воды, сопоставляем графически с $Q_{\text{макс}}$ и проводим кривую $T=f(Q_{\text{макс}})$ (рис. 8.5); эту зависимость используем для вычисления продолжительности спада T .

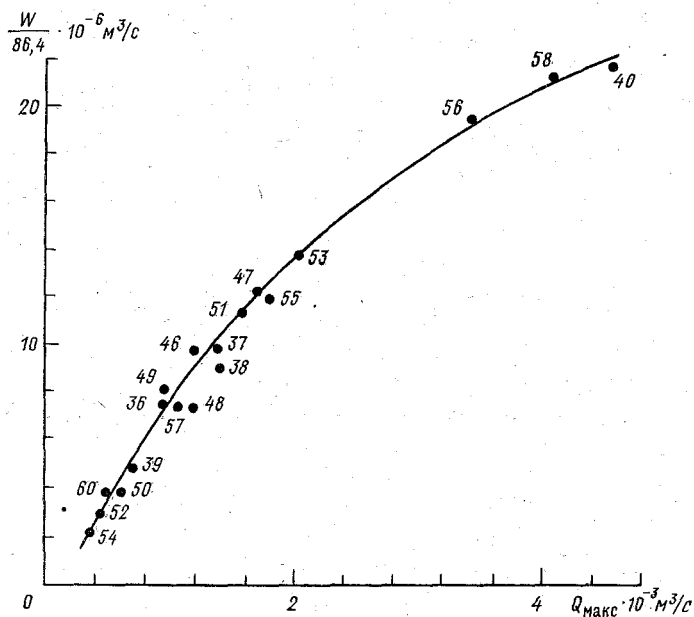


Рис. 8.6. Связь запаса воды в русловой сети с максимальным расходом воды за период половодья для р. Припяти у г. Мозыря.

Цифры у точек — годы.

На дату наступления максимальных расходов у г. Мозыря определяем русловые запасы в бассейне р. Припяти до г. Мозыря, используя при этом расходы воды в створах Туров (Q_T), Лучицы (Q_L), Злобин (Q_Z) и Мозырь (Q_M):

$$W = 7,5Q_T + 6,0Q_L + 3,5Q_Z + 1,5Q_M.$$

Полученные значения русловых запасов довольно хорошо связаны с максимальными расходами воды (рис. 8.6), поэтому

в дальнейшем вместо значений W на дату максимального расхода будем использовать $Q_{\text{макс}}$.

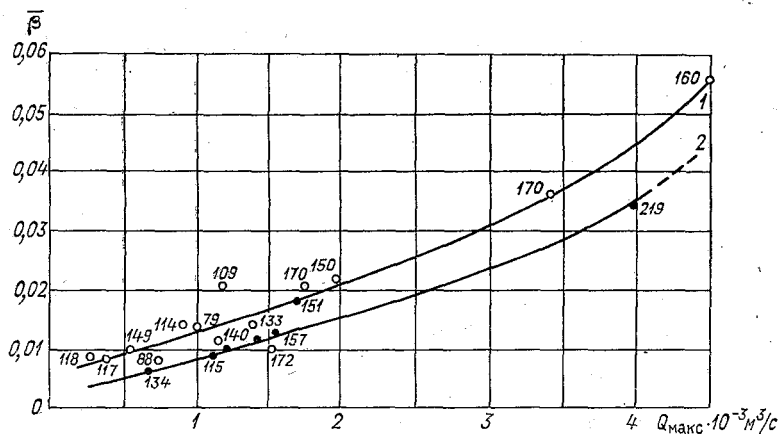


Рис. 8.7. Связь $\bar{P}=f(Q_{\text{макс}}, P)$ для р. Припяти у г. Мозыря.

Цифры у точек — количество осадков за период спада, мм; 1 — осадки меньше или равны среднему многолетнему количеству, 2 — осадки больше среднего многолетнего количества.

Для получения прогностических зависимостей строим графики $\bar{P}=f(Q_{\text{макс}})$ (рис. 8.7) и $\beta_t/\bar{P}=f(t)$ (рис. 8.8). Рассеяние точек на графике связи для \bar{P} вызвано в основном различным количеством

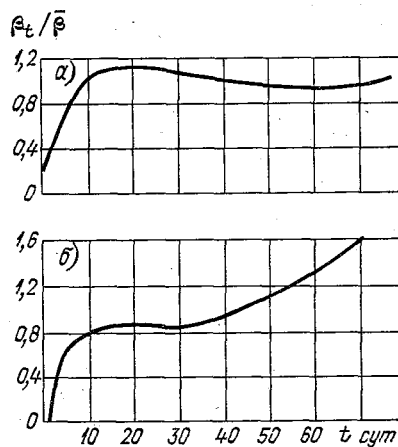


Рис. 8.8. Связь $\beta_t/\bar{P}=f(t)$ для р. Припяти у г. Мозыря.

а) $Q_{\text{макс}} \geq 1200 \text{ м}^3/\text{с}$, б) $Q_{\text{макс}} < 1200 \text{ м}^3/\text{с}$.

осадков на спаде половодья. Анализ показал, что учет этих осадков можно ограничить разделением всех лет на две группы: с осадками меньше или равными среднему многолетнему количеству (рис. 8.7 1) и больше его (рис. 8.7 2). Осадки вычисляем за три месяца спада половодья (считая и месяц, когда начался

спад). На втором графике (рис. 8.8) также наметились две связи: для лет с максимальными расходами больше или равными $1200 \text{ м}^3/\text{с}$ и для лет с расходами меньше $1200 \text{ м}^3/\text{с}$.

По полученным зависимостям составляем прогноз расходов воды на спаде половодья. Порядок составления следующий. В момент наступления $Q_{\text{макс}}$ по его значению и ожидаемым по прогнозу погоды осадкам за период спада (меньше и равно среднему многолетнему количеству или больше его) по зависимости на рис. 8.7 находим значение $\bar{\beta}$. Затем в соответствии со значением $Q_{\text{макс}}$ с графиков, приведенных на рис. 8.8, снимаем значения $\beta_t/\bar{\beta}$ и пересчитываем в β_t путем умножения на найденное по рис. 8.7 значение $\bar{\beta}$. Полученные значения β_t подставляем в формулу (8.34) и рассчитываем ожидаемые расходы воды на спаде. Пример такого прогноза приведен в табл. 8.10.

Таблица 8.10

Прогноз расходов воды на спаде половодья р. Припять — г. Мозырь,
 $Q_{\text{макс}} = 3420 \text{ м}^3/\text{с}$, $\bar{\beta} = 0,035$

Дата	t	$\frac{\beta_t}{\bar{\beta}}$	β_t	$\beta_t t$	$(1 + \beta_t \cdot t)^2$	$Q_{\text{пр}} = \frac{Q_{\text{макс}}}{(1 + \beta_t \cdot t)^2}$ м ³ /с	$Q_{\text{ф}}$ м ³ /с
29/IV	0						3420
30/IV	1	0,286	0,010	0,010	1,020	3360	3310
1/V	2	0,371	0,013	0,026	1,053	3250	3180
2/V	3	0,457	0,016	0,048	1,098	3150	3060
3/V	4	0,571	0,020	0,080	1,166	2930	2890
4/V	5	0,657	0,023	0,115	1,243	2740	2720
5/V	6	0,743	0,026	0,156	1,336	2560	2560
6/V	7	0,829	0,029	0,203	1,447	2360	2350
7/V	8	0,886	0,031	0,248	1,558	2190	2180
8/V	9	0,943	0,033	0,297	1,682	2030	2030
9/V	10	1,000	0,035	0,350	1,822	1880	1880
10/V	11	1,029	0,036	0,396	1,949	1750	1730

Глава 9. Физико-статистические методы краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды для крупных рек

9.1. Постановка задачи

Рассматриваемые методы являются наиболее распространенными в практике гидрологических прогнозов. Их применяют в условиях, когда физические связи между прогнозируемыми элемен-

тами и факторами, их определяющими, многообразны как по числу этих факторов, так и по виду их проявления. Кроме того, эти методы часто используют при недостатке или невысокой точности исходных данных.

В случае редкой наблюдательной сети, особенно с измерениями расходов воды, для разветвленных речных систем можно воспользоваться довольно простым подходом, основанным на составлении линейных уравнений, параметров которых неизвестны, но причинно-следственные связи между функцией и потенциальными аргументами физически объяснимы. Например, известно, что изменение уровня воды в заданном створе реки связано с изменениями расходов и уровней в расположенной выше части речной системы. Приблизительно эту связь можно выразить в виде линейного уравнения:

$$H_{t_0+\delta} = \sum_{j=1}^{n_\delta} x_{j,\delta} H_{j,t_0} + c_\delta, \quad (9.1)$$

где H_j — уровни воды на постах; j — порядковый номер поста; t_0 — момент составления прогноза; δ — период заблаговременности прогноза; $x_{j,\delta}$, c_δ — параметры, которые могут принимать различные значения при разной заблаговременности; n_δ — число створов, учитываемых при заблаговременности δ .

Это уравнение в косвенном виде учитывает не только общие русловые запасы воды, но и их распределение в речной системе.

Принятое в уравнении (9.1) упрощение приводит к снижению точности прогноза уровней воды. Однако приток воды за период заблаговременности и другие неучтенные при составлении прогноза факторы оказывают не менее существенное влияние.

Для повышения точности или увеличения заблаговременности прогноза уровней в число аргументов могут быть включены средние по бассейну суммы осадков P за какой-либо период, предшествующий моменту составления прогноза, или разности осадков и испарения, которые рассчитывают каким-либо способом. Косвенной характеристикой этой разности может служить осредненная по бассейну температура воздуха T за период суммирования осадков. Прогностическое уравнение в этом случае примет следующий вид:

$$H_{t_0+\delta} = \sum_{j=1}^{n_\delta} x_{j,\delta} H_j + a_\delta P - b_\delta T + c_\delta. \quad (9.2)$$

При существенном различии условий стокообразования по площади бассейна или во времени средние значения основных факторов не всегда являются достаточно информативными аргументами прогностических зависимостей. Приходится вместо них учитывать значения стокообразующих факторов, характеризующих отдельные части бассейна. К некоторому повышению точности прогноза уровней и расходов воды может приводить также учет

Наиболее часто решение системы (9.6) находят с помощью того или иного способа обращения матрицы A , т. е.

$$x = A^{-1}y, \quad (9.7)$$

где A^{-1} — матрица, обратная матрице, A .

Уже при числе параметров больше двух и достаточно длинных выборках решение системы (9.7) представляет собой очень трудоемкую задачу. В этих случаях необходимо пользоваться стандартными программами, имеющимися в библиотеках ЭВМ.

Если система уравнений (9.6) плохо обусловлена (определитель слишком мал), то при ее численном решении ошибки, присутствующие в исходных данных, а также связанные с неадекватностью модели физическому явлению, могут многократно возрастать и приводить к неустойчивости искомых параметров.

Вследствие этого необходимо с большой осторожностью увеличивать число аргументов, поскольку такое увеличение обычно приводит к тому, что системы уравнений вида (9.5) или (9.6) включают в себя сильно скоррелированные между собой аргументы. В результате система уравнений, как правило, становится плохо обусловленной, что вызывает неустойчивость их решения, проявляющуюся в физической неоправданности получаемых коэффициентов. Проверка этих решений на независимой выборке данных может давать существенно худшие результаты, чем на зависимой. Поэтому целесообразность увеличения числа аргументов в прогностических уравнениях следует проверять на независимых выборках данных.

На одном из заключительных этапов разработки прогностических уравнений с помощью физико-статистических методов следует оценить точность общего коэффициента корреляции этого уравнения. Формулы, позволяющие произвести такую оценку, приведены в учебнике по статистике [5]. Однако они выведены в предположении взаимонезависимости членов ряда наблюдений, по которым получен эмпирический коэффициент корреляции R_0 . Значения же уровней и расходов воды в створе реки, разделенные сравнительно короткими отрезками времени (сутки, пятидневки, декады, для больших рек и месяцы), скоррелированы между собой. Поэтому возникает необходимость установить число действительно независимых, так называемых эквивалентно независимых, наблюдений (m_1) в выборке данных. Это позволяет сделать формула

$$m_1 = m/\tau_1, \quad (9.8)$$

где m — длина ряда наблюдений, принятого в расчетах; τ_1 — радиус автокорреляции.

Радиус автокорреляции можно оценить двумя способами.

Первый способ приближенный, заключается в графическом построении автокорреляционной функции и определении расстояния от ее начала до момента, когда она становится близкой к нулю. Это расстояние приравнивают к радиусу автокорреляции.

Другой способ состоит в расчете τ_1 по формуле

$$\tau_1 = \frac{2}{R(0)} \sum_{\tau=0}^{\infty} R(\tau), \quad (9.9)$$

где $R(t-\tau)$ — автокорреляционная функция; $R(0)$ — максимальное значение автокорреляционной функции. Верхний предел суммирования можно ограничить достаточно большим периодом времени.

Основную ошибку коэффициента корреляции при известном τ_1 вычисляют по формуле

$$\Delta_R = (1 - R_0^2) / \sqrt{m_1}. \quad (9.10)$$

Повысить надежность решения плохо обусловленных систем уравнений позволяют специальные способы поиска их устойчивых решений. Принципы некоторых из них, в частности метода просеивания, способа разрежения и компонентного анализа, и примеры применения их в задачах гидрологических прогнозов изложены в последующих параграфах.

9.2. Метод просеивания

Наиболее простым способом отбора оптимального числа аргументов является их поочередный перебор с оценкой вклада, который вносит каждая из независимых переменных в определение функции, и, следовательно, эффективности прогностической зависимости. Применительно к линейным уравнениям количество информации об интересующей функции при данном числе аргументов достаточно надежно можно оценить общим коэффициентом корреляции или его квадратом, получившим название коэффициента детерминации. Например, для многомерных моделей при нормальном распределении переменных (множественная регрессия) информативность какого-либо аргумента или их совокупности может быть оценена с помощью одной из формул:

$$I(a_j) = 0,5 \ln(D'/D), \quad (9.11)$$

$$I(a_j) = 0,5 \ln[1/(1 - R^2)] \quad (9.12)$$

или

$$I(a_j) = 0,5 \ln(\sigma^2/s^2), \quad (9.13)$$

где D — определитель матрицы, составленной из парных коэффициентов корреляции аргументов и функций; D' — определитель матрицы, включающей в себя парные коэффициенты корреляции только аргументов; R — общий коэффициент корреляции; $I(a_j)$ — оценка количества информации в a_j -м аргументе или совокупности a_j -х аргументов; σ — средняя квадратическая оценка изменчивости предсказываемого явления; s — средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии.

При использовании метода просеивания следует иметь в виду, что выбор аргументов и надежность полученных уравнений в определенной степени зависят от способа (или порядка) перебора предсказателей, статистических взаимосвязей между аргументами, от объема выборки и ее статистических характеристик.

В практике наиболее часто используют следующий метод перебора. В качестве первого выбирают аргумент, имеющий наиболее высокий парный коэффициент корреляции с предсказываемым явлением. Вторым следует признать аргумент, который дает наибольший вклад в снижение ошибки прогностического уравнения вместе с первым и т. д. Для наглядности рекомендуется строить график возрастания количества информации о предсказываемом явлении в зависимости от числа отобранных аргументов — функцию насыщения (рис. 9.1).

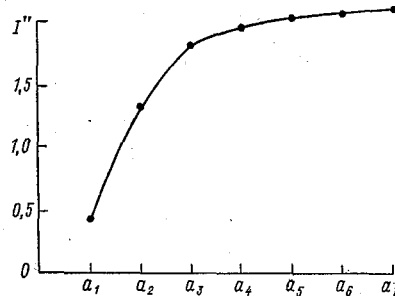


Рис. 9.1. Функция насыщения.
 a_j — j -й аргумент, I''_j — общее количество информации в j -х аргументах.

В другом способе для установления порядка перебора аргументов привлекают априорные представления (сведения) об исследуемом гидрологическом явлении или процессе. Первыми в этом случае выбирают аргументы, которые несомненно должны оказывать в той или иной степени влияние на прогнозируемое явление. Например, очевидно влияние водности каждого из притоков на расход воды (или уровень) в замыкающем створе участка реки. Однако если на этих притоках и по длине реки находится довольно много измерительных створов, то метод просеивания следует применить для отбора оптимального числа этих створов. Просеивание можно выполнять также путем оценки вклада каждого аргумента в общий коэффициент корреляции по методу Г. А. Алексеева [1].

Пример 9.1. Прогноз минимального уровня воды на р. Северной Двине с учетом отбора аргументов прогностической зависимости методом просеивания.

Опорным для определения глубин на верхнем участке реки является гидрологический пост Абрамково. Желательная заблаговременность прогноза минимального уровня в соответствии с нормальной длительностью рейсов судов составляет не менее 10 сут. На основных притоках р. Северной Двины имеется 16 гидрологических постов. Методом просеивания в качестве

аргументов отобраны уровни по 6 верхним постам и уровень в п. Абрамково в день составления прогноза (табл. 9.1). Эти посты отмечены на рис. 9.2 двойным кружком.

В табл. 9.1 приведены парные коэффициенты корреляции, а также количество информации $I(a_j)$, которое содержит каждый из предсказателей (графа 10), и в совокупности с предшествующими

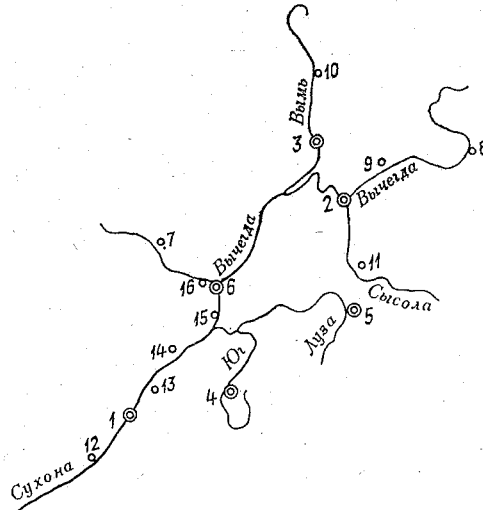


Рис. 9.2. Схема речной сети и расположения гидрометрических створов и постов в бассейне р. Северной Двины до с. Абрамкова.

1 — Тотма, 2 — Сыктывкар, 3 — Половники, 4 — Кичменгский Городок, 5 — Объячево, 6 — Котлас, 7 — Абрамково, 8 — Парчъ, 9 — Сторожевск, 10 — Веслянка, 11 — Палауз, 12 — Наремы, 13 — Коченьга, 14 — Березовая Слобода, 15 — Великий Устюг, 16 — Усть-Курье.

Таблица 9.1

Корреляционная матрица и количество информации

Номер поста предсказателя	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7	$H_{\text{мин}}, t_0+10$	I'	I''
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a_1	1,000	0,570	0,611	0,775	0,657	0,726	0,709	0,748	0,410	0,41
a_2	0,570	1,000	0,910	0,612	0,790	0,955	0,958	0,925	0,969	1,33
a_3	0,611	0,901	1,000	0,699	0,881	0,895	0,902	0,966	1,227	1,81
a_4	0,775	0,612	0,699	1,000	0,803	0,730	0,716	0,781	0,471	1,93
a_5	0,657	0,790	0,881	0,803	1,000	0,831	0,830	0,914	0,901	2,01
a_6	0,709	0,958	0,902	0,716	0,830	1,000	0,995	0,952	1,182	2,05
a_7	0,726	0,955	0,895	0,730	0,831	0,995	1,000	0,954	1,204	2,07
$H_{\text{мин}}, t_0+10$	0,748	0,956	0,956	0,781	0,914	0,952	0,954	1,000		

(графа 11) в отношении минимального декадного уровня в Абрамкове для случая, когда в речной системе выше Абрамкова наблюдается в основном спад уровней. В табл. 9.1 помещены данные, относящиеся к аргументам, отобранным путем просеивания с использованием формулы (9.10).

В итоге для декадных прогнозов минимальных уровней у Абрамкова получено следующее уравнение:

$$H_{\text{мин. } t_0+10} = 0,27H_1 + 0,28H_2 + 0,30H_3 + 0,6H_4 + 0,32H_5 + \\ + 0,22H_6 + 0,20H_7 + 7,35,$$

где H_1, \dots, H_7 — уровни в верхних постах и у Абрамкова в день выпуска прогноза t_0 .

Объем выборки, на которой произведены расчеты, равен 288 случаям и представляет 10 лет наблюдений. Средняя квадратическая ошибка этого уравнения составила ± 20 см. Ошибка общего коэффициента корреляции определена по уравнению (9.10): радиус автокорреляции средних суточных уровней воды в п. Абрамково τ_1 равен 12 сут, соответственно число эквивалентно независимых наблюдений $m_1 = 24$, откуда $\Delta_R = 0,008$.

Для повышения точности прогноза в качестве дополнительного фактора, определяющего минимальный уровень в заданном створе, можно учитывать фазу режима уровней на верхних постах. Например, для случаев, когда в верхнем течении реки и на ее притоках наблюдается преимущественно спад или подъем уровня. Например, с учетом указанных особенностей прогноз минимальных уровней для периода летне-осенней межени можно составлять на основе данных только пяти постов по уравнению следующего вида:

$$H_{\text{мин. } t_0+10} = 0,27H_1 + 0,07H_2 + 0,36H_3 + 0,03H_4 + 0,25H_7 + 15.$$

Средняя квадратическая ошибка уравнения ± 11 см.

9.3. Способ разрежения

Этот способ целесообразно применять, если в качестве аргументов используются значения какого-либо гидрологического или метеорологического элемента, распределенного во времени или по пространству. Суть метода состоит в том, что при расчетах используют данные не всех станций и постов, в которых производят наблюдения (или не в каждый момент времени наблюдений), а с разрежением, степень которого зависит от корреляционной связности данных наблюдений. Последняя, как известно, характеризуется авто- или пространственными корреляционными функциями.

Наглядный пример по применению метода разрежения представляет нахождение оптимальных кривых добегания, удовлетво-

ряющих достаточно большому ряду наблюдений. Для этого обычно используют интегральное уравнение Винера—Хопфа:

$$r_{qQ}(t) = \int_0^{\infty} r_{qq}(t - \xi) p(\xi) d\xi, \quad t \geq 0, \quad (9.14)$$

$$p(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

где $r_{qQ}(t)$ — взаимокорреляционная функция между расходами воды в верхнем (q) и нижнем (Q) гидрометрических створах; $r_{qq}(t)$ — автокорреляционная функция расходов воды в верхнем створе; $p(t)$ — оптимальная кривая добегания.

В общем случае задача нахождения $p(t)$ из уравнения (9.11) относится к классу некорректных: малым погрешностям $r_{qQ}(t)$ и $r_{qq}(t)$ могут отвечать сколь угодно большие погрешности в вычислении $p(t)$.

Воспользовавшись приближенным представлением интеграла по формуле прямоугольников, заменяя бесконечный верхний предел конечным T (T желательно брать не меньше, чем предполагаемая длина $p(t)$), можно получить систему линейных уравнений с n неизвестными:

$$r_{qQ}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r_{qq}(t - i \Delta\xi) p(i \Delta\xi) \Delta\xi,$$

$$t = 0, \Delta\xi, 2\Delta\xi, \dots, (n-1)\Delta\xi. \quad (9.15)$$

Здесь $r_{qQ}(t)$ — элементы вектора взаимной корреляции входа и выхода системы, а $r_{qq}(\xi - i\Delta\xi)$ — элементы корреляционной матрицы, представляющие собой значения автокорреляционной функции на концах временных интервалов:

$$\Delta\xi = T/(n-1).$$

Матрицу $R(t - i\Delta\xi)$ системы (9.15) можно представить, имея в виду, что $r_{qq}(i\Delta\xi) = r_{qq}(-i\Delta\xi)$, в следующем виде:

$$R(t - i \Delta\xi) = \begin{pmatrix} r_{qq}(0) & r_{qq}(\Delta\xi) & \dots & r_{qq}[(n-1)\Delta\xi] \\ r_{qq}(\Delta\xi) & r_{qq}(0) & \dots & r_{qq}[(n-2)\Delta\xi] \\ r_{qq}(2\Delta\xi) & r_{qq}(\Delta\xi) & \dots & r_{qq}[(n-3)\Delta\xi] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{qq}[(n-1)\Delta\xi] & r_{qq}[(n-2)\Delta\xi] & \dots & r_{qq}(0) \end{pmatrix}. \quad (9.16)$$

Неизвестную кривую добегания $p(t)$ отыскивают с помощью метода наименьших квадратов либо любым другим методом решения системы линейных уравнений. Применение способа разрежения в данном случае заключается в том, что в расчет принимают значения корреляционных функций с интервалом $2\Delta\xi$, $3\Delta\xi$ и т. д. Шаг может быть задан и переменным. Далее для нахождения кривой добегания применяют те же методы решения систем линейных уравнений, что и в предыдущем случае.

Пример 9.2. Определение оптимальной кривой добегания для участка р. Лены.

По средним суточным расходам воды р. Лены в п. Солянка и п. Табага получаем авто- и взаимокорреляционные функции. Далее с помощью метода наименьших квадратов находим 11 ординат (интервал между которыми равен 1 сут) оптимальной кривой добегания воды для названного выше участка. На рис. 9.3 (линия 1) четко заметно проявление неустойчивости, заключаю-

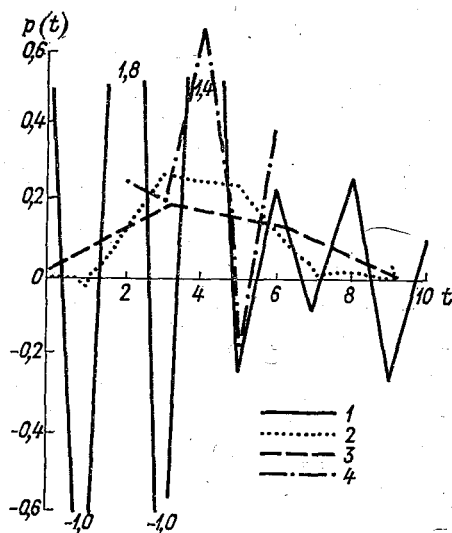


Рис. 9.3. Функции влияния, рассчитанные с помощью метода наименьших квадратов.

- 1) $\Delta t=1$ сут, количество искомых ординат 11;
- 2) $\Delta t=2$ сут, количество искомых ординат 5;
- 3) $\Delta t=3$ сут, количество искомых ординат 4;
- 4) $\Delta t=1$ сут, количество искомых ординат 5.

щееся в резких физически необъяснимых скачках соседних ординат — от $-1,0$ до $1,8$.

На этом же рисунке приводим кривые добегания, полученные тем же методом наименьших квадратов, но значения корреляционных функций для средних суточных расходов воды в перечисленных выше пунктах снимаем с интервалами 2 и 3 сут (линии 2 и 3), т. е. исходные данные подвергаем разрежению. Как можно видеть, ход ординат кривой добегания стал более закономерным, сглаженным, вид кривой стал отвечать сложившимся в гидрологии представлениям о ее форме.

Если же сократить число искомых параметров механически, например остановиться на поиске ординат начиная со 2-й по 6-ю, т. е. искать всего 5 ординат вместо 11, но, как и в первом случае, с интервалом 1 сут, то результат (линия 4 на рис. 9.2) может не только не улучшиться, но даже ухудшиться.

Такой же эффект имеет место при нахождении параметров линейных прогнозистических уравнений, аргументы которых представляют распределение по пространству стокобразующих факторов (осадков, запасов воды в снежном покрове и др.).

9.4. Компонентный анализ

Компонентный анализ (КА), применительно к метеорологическим задачам известный как метод естественных составляющих, используют для представления полей или функций (времени или пространства) гидрологических элементов с помощью собственных векторов их корреляционных матриц в нескольких типичных задачах: 1) сглаживания неравномерности распределения гидрометеорологических элементов во времени или пространстве, 2) представления и учета в компактной форме этой неравномерности, 3) нахождения устойчивого решения плохо обусловленных систем уравнений для целей гидрологических прогнозов.

Увлечение формальной стороной аппарата КА нередко приводит к необоснованной постановке физических задач и переоценке его достоинств. В то же время КА обладает рядом важных свойств, на которые еще мало обращают внимание в гидрометеорологических исследованиях. Особенно это относится к третьей из перечисленных выше задач. Кратко рассмотрим основные положения КА. Главную роль в КА играют собственные векторы u_i , удовлетворяющие матричному равенству

$$Au_i = \lambda_i u_i, \quad (9.17)$$

где λ_i — собственные числа матрицы A исходной системы (9.6). Каждому собственному числу соответствует свой собственный вектор.

Собственные векторы и собственные числа имеют особые свойства: первые образуют ортогональную систему, сумма вторых равна сумме диагональных элементов матрицы A . Эти свойства оказываются полезными в ряде прикладных задач гидрологических прогнозов.

С помощью системы собственных векторов можно перейти от исходных переменных F , являющихся функцией времени или пространства, к коэффициентам разложения вида

$$T_i(t_j) = \sum_{j=1}^n F_j(t_i) u_{i,j}, \quad (9.18)$$

где T_i — коэффициенты разложения поля (или функции); $u_{i,j}$ — элементы собственных векторов ковариационной (корреляционной) матрицы аргументов A ; i — номер собственного вектора и соответствующего ему коэффициента разложения; j — номер точки, в которой задана исходная переменная в момент времени t_i .

Разложение по собственным векторам обладает существенным преимуществом перед любым другим разложением: главная информация сосредоточивается в сравнительно небольшом числе коэффициентов разложения. Кроме того, коэффициенты разложения не коррелируются между собой. Если λ_i расположить в убывающем порядке, то можно определить число собственных векторов, достаточных для описания поля или функции, заданных

в n точках, с заданной степенью точности. Среднюю квадратическую ошибку аппроксимации заданного поля (функции) в этом случае легко определить по соотношению

$$s_k = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}, \quad (9.19)$$

где n — порядок рассматриваемой корреляционной матрицы; s_k — оценка точности аппроксимации при k -м числе удерживаемых собственных векторов.

Задачу представления информации в компактной форме (удержание только нескольких коэффициентов разложения) решают в общем виде с помощью формул типа (9.18). Если используют сразу несколько полей физически неоднородных стокоформирующих факторов (запас воды в снежном покрове и глубина промерзания почвы, жидкие осадки, температура воздуха, запасы влаги в почве и др.), то коэффициенты разложения следует вычислять для каждого поля (функции) отдельно по своей системе собственных векторов при числе удерживаемых коэффициентов разложения меньше n . Вопрос о числе удерживаемых коэффициентов разложения решают также для каждого стокообразующего фактора отдельно.

Если поля одного стокообразующего фактора статистически неоднородны, например корреляционные функции полей этого фактора затухают в различных направлениях существенно по-разному, то имеет смысл разложение производить по двум взаимно перпендикулярным направлениям, т. е. получать для полей одного фактора две системы собственных векторов.

Следует иметь в виду, что сокращение объема информации с помощью КА (учет только части компонентов) приводит к потере части информации, которая должна быть не очень существенной для рассматриваемой задачи.

Чем более гладкая функция подвергается разложению по собственным векторам, тем меньшее количество коэффициентов требуется удержать для достаточно точной аппроксимации этой функции. Поля гидрометеорологических элементов, как правило, являются существенно связными, т. е. их корреляционные функции затухают не очень быстро. Такой характер полей позволяет представить их небольшим числом коэффициентов разложения и, таким образом, значительно сократить размерность линейных моделей.

Линейные прогностические зависимости на базе КА в общем виде можно представить следующим образом:

$$h(t_{l+\delta}) = \sum_{p=1}^N \sum_{i=1}^{k_p} x_{p,i} T_{p,i}(t_l) \quad (p=1 \dots N, \quad i=1 \dots k_p < n_p), \quad (9.20)$$

где $h(t_{l+\delta})$ — предсказываемая величина (объем стока, расходы, уровни воды) в $t_{l+\delta}$ -й момент времени; $x_{p,i}$ — параметры (коэффи-

циенты регрессии); k_p — число удерживаемых коэффициентов разложения $T_{p,i}$, представляющих поля одного стокообразующего фактора; i — номер T_p , относящегося к одному стокообразующему фактору; p — номер стокообразующего фактора; N — общее число стокообразующих факторов.

В частном случае, когда рассматривают поле (функцию) одного фактора, уравнение (9.20) может быть упрощено:

$$h(t_{l+\delta}) = \sum_{i=1}^{k \leq n} x_i^* T_i(t_l). \quad (9.21)$$

Параметры x_i^* уравнений (9.20) либо (9.21) находят, как правило, с помощью метода наименьших квадратов. Однако с большой осторожностью следует подходить к удержанию коэффициентов разложения с большими порядковыми номерами, т. е. коэффициентов, соответствующих малым значениям собственных чисел, так как они отражают, как правило, мелкомасштабные изменения фактора, не всегда оказывающие большое влияние на предсказываемое явление.

Используя аппарат компонентного анализа, при решении системы (9.6) можно обойтись без обращения ковариационной (корреляционной) матрицы A и без промежуточных вычислений коэффициентов разложения. Тогда применяют следующую формулу:

$$x = \sum_{i=1}^{k \leq n} (\beta_i / \lambda_i) u_i \quad \left(\beta_i = \sum_j y_j u_{j,i} \right), \quad (9.22)$$

где λ_i и u_i — соответственно собственные числа и собственные векторы матрицы A ; β_i — суммы произведения правой части уравнения (9.6) и собственных векторов.

Из выражения (9.22) легко увидеть природу неустойчивости (искажения) коэффициентов уравнений регрессии при их нахождении с помощью уравнения (9.7): если хотя бы одно собственное число λ_i матрицы A равно нулю, искомые коэффициенты x могут быть как угодно большими; если ранжированные λ_i уменьшаются быстрее, чем соответствующие значения β_i , а исходные данные задают приближенно (например, из-за погрешностей наблюдений), то ошибки могут многократно увеличиваться и решение будет неустойчивым. Ошибки же исходных данных, используемых при разработке методов гидрологических прогнозов, полностью устранить не удастся. Задача осложняется еще и тем, что поля (функции) гидрометеорологических элементов являются корреляционно связанными в соседних точках, и это приводит как раз к тому, что ранжированные значения λ_i затухают гораздо быстрее, чем β_i .

Если учитывать все компоненты ($k=n$) при использовании выражения (9.22), то коэффициенты регрессии не будут отличаться от коэффициентов, найденных по выражению (9.6) с точностью до

ошибки вычислений. Смысл же КА состоит в удержании только части компонентов ($k < n$):

$$x(k) = \sum_{i=1}^{k \leq n} (\beta_i / \lambda_i) u_i, \quad (9.23)$$

где k — число удерживаемых компонентов.

Вопрос о числе удерживаемых компонентов решают в зависимости от дополнительной информации, имеющейся при разработке метода. Естественным является требование, чтобы средняя квадратическая ошибка искомого уравнения соответствовала погрешности исходных данных, т. е. чтобы решение системы уравне-

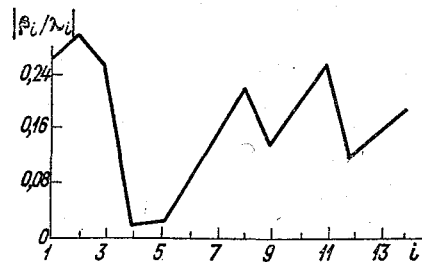


Рис. 9.4. График модулей амплитудной характеристики $|\beta_i / \lambda_i|$ (р. Северная Двина).

ний было не точнее, чем позволяет точность исходных данных. Реализовать такое условие позволяет критерий невязки, который выражается следующей формулой:

$$s_k^2 = \sum_{l=1}^{l=m} h_l^2 - \sum_{i=1}^{k \leq n} (\beta_i^2 / \lambda_i), \quad s_k^2 \approx \Delta_h^2, \quad (9.24)$$

где s_k^2 — квадрат погрешности уравнения регрессии; Δ_h^2 — квадрат средней погрешности исходных данных; h_l — фактические измерения прогнозируемой функции в момент l ; m — общее число измерений (длина ряда); n — число искоемых коэффициентов; k — число удерживаемых компонентов решения; i — порядковые номера компонентов решения, соответствующие порядковым номерам ранжированных значений собственных чисел λ_i (начиная с наибольшего).

При отсутствии сведений о погрешностях исходных данных можно прибегнуть к поиску так называемого квазиоптимального решения. Число удерживаемых в этом случае компонентов определяется по графику функции $|\beta_i / \lambda_i| = f(i)$. Оно равно значению i , при котором функция достигает первого или второго, достаточно глубокого локального минимума. На рис. 9.4, приведенном в качестве примера, легко определить, что i можно принять равным 4 или 5.

Наряду с уравнением (9.20) применим подход, основанный на подавлении компонентов, соответствующих малым λ_i , с помощью специального параметра α . Тогда используем следующую формулу:

$$x_\alpha = \sum_i^n \beta_i (\lambda_i + \alpha) u_i, \quad (9.25)$$

а для еще более сильного подавления малозначащих компонентов (также соответствующих малым λ_i) формулу

$$x_\alpha = \sum_i^n \{\beta_i / [\lambda_i + \alpha^2 (\lambda_i + 2\alpha)^{-1}]\} u_i. \quad (9.26)$$

Параметр α в двух последних выражениях подбирают с помощью перечисленных выше критериев. Например, применяя соотношение (9.25) в сочетании с критерием невязки, параметр α можно найти путем решения следующего уравнения:

$$\Delta_h^2 = \sum_{i=1}^n \beta_i^2 (\lambda_i + \alpha)^{-1} - \alpha \sum_{i=1}^n \beta_i^2 (\lambda_i + \alpha)^{-2}, \quad (9.27)$$

где Δ_h^2 — квадрат заданной средней погрешности исходных данных.

Пример 9.3. Методики прогноза характерных уровней воды р. Северной Двины и р. Дуная.

Для разработки методики использованы данные по 16 постам, включая замыкающий пост в Абрамкове. Расположение постов и присвоенные им номера показаны на рис. 9.2. В последующем изложении при необходимости будут использованы только номера пунктов.

По данным об уровнях воды в этих створах за 10 лет, составившим выборку объемом 288 случаев, получаем корреляционную матрицу 16-го порядка. Далее с помощью стандартной программы из библиотеки ЭВМ ЕС-1040 находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы. В табл. 9.2 приведены 12 первых

Таблица 9.2

Собственные числа и оценки разложения

i	λ_i	$\sum \lambda_i$	$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}$
1	12,823	12,823	0,80
2	1,935	14,758	0,92
3	0,524	15,282	0,95
4	0,266	15,548	0,97
5	0,171	15,719	0,98
6	0,087	15,806	0,98
7	0,064	15,870	0,99
8	0,53	15,923	0,99
9	0,031	15,954	0,99
10	0,020	15,974	0,99
11	0,016	15,990	0,99
12	0,006	15,996	0,99

собственных чисел (остальные четыре опущены из-за малости), расположенных в убывающем порядке, и оценки аппроксимации распределения уровней воды по постам на притоках р. Северной Двины по формуле (9.19) при разном числе удерживаемых членов

разложения. Из данных таблицы следует, что первые четыре коэффициента разложения дают 0,97 всей информации о состоянии запасов воды (соответствующих наблюдениям за уровнями) в речной системе выше Абрамкова. Собственные векторы, с помощью которых вычислены эти коэффициенты разложения, представлены в табл. 9.3. Каждый из них изображен графически на схеме (рис. 9.5).

Таблица 9.3

Собственные векторы

Номер вектора	Номер пункта наблюдений за уровнем воды							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,23	0,26	0,26	0,23	0,25	0,27	0,27	0,25
2	0,40	-0,25	-0,20	0,19	-0,09	-0,08	-0,09	-0,27
3	-0,06	0,12	0,12	0,55	0,48	-0,22	-0,23	-0,22
4	0,18	0,31	0,31	-0,50	0,03	-0,26	-0,22	0,26

Номер вектора	Номер пункта наблюдений за уровнем воды							
	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,25	0,25	0,25	0,21	0,24	0,24	0,26	0,27
2	-0,27	-0,21	-0,09	0,42	0,37	0,32	0,18	-0,08
3	-0,22	0,14	0,28	-0,24	-0,01	-0,14	0,12	0,22
4	-0,07	0,40	0,14	0,35	0,07	-0,09	-0,05	-0,29

Нескольким первым собственным векторам апостериори удастся дать физическое толкование. Так, например, первый вектор u_1 (см. рис. 9.5 а) характеризует степень общего наполнения русел водой (80 % общей дисперсии). Второй вектор u_2 (см. рис. 9.5 б) отражает различия в наполнении русел на юго-западе (р. Сухона и ее притоки) и северо-востоке (р. Вычегда и притоки) бассейна. Условная граница между положительными и отрицательными значениями элементов вектора u_2 проходит четко с северо-востока на юго-запад, что хорошо соответствует направлению изолиний средних многолетних значений наибольшего за зиму запаса воды в снеге, сроков оттаивания почвы, схода снежного покрова и начала таяния его, влагозапаса в слое почвы 0—50 см и т. д.

Третий вектор u_3 (см. рис. 9.5 в) характеризует неравномерность распределения русловых запасов воды по отдельным бассейнам системы р. Северной Двины до с. Абрамкова. Так, элементы вектора, относящиеся к гидрологическим постам р. Выми, имеют положительные знаки, в верховьях р. Вычегды — отрицательные, а на р. Сыsole — вновь положительные. Примерно такая же картина наблюдается в системе р. Сухоны.

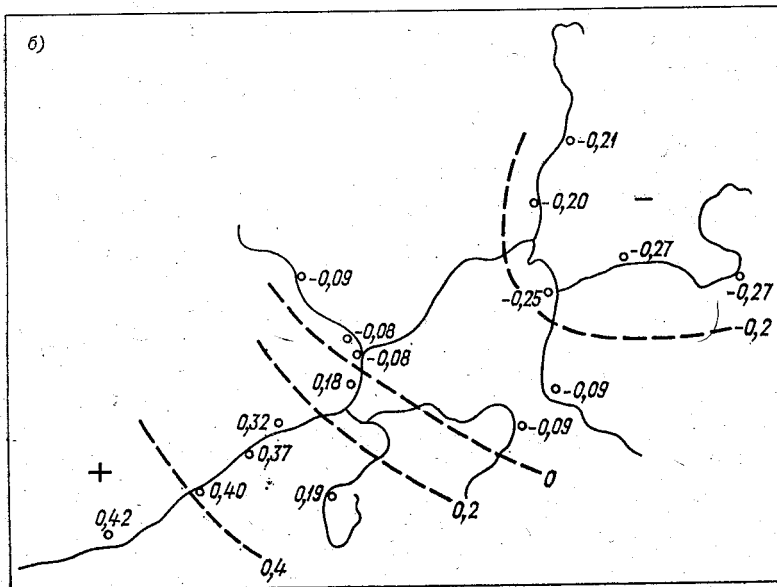
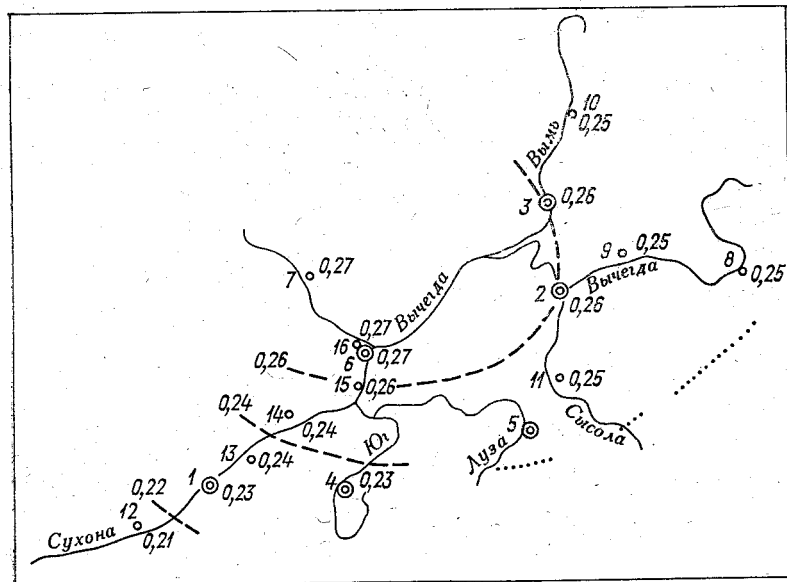
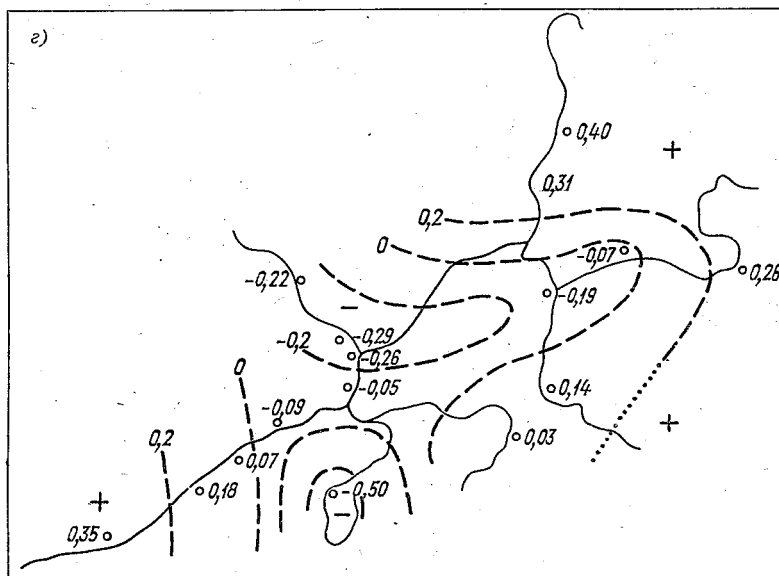
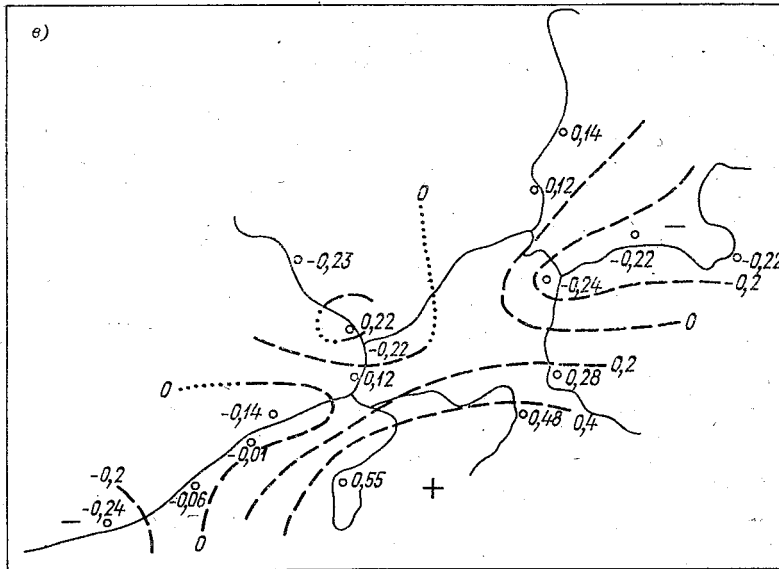


Рис. 9.5. Схема размещения гидрологических постов на реках третьего (а) и четвертого (б) собственных векторов.



бассейна Северной Двины и значения первого (а), второго (б),

На схеме четвертого вектора u_4 (см. рис. 9.5г) видна разница в знаках его элементов, относящихся к нижним участкам отдельных рек и к их верховьям, т.е. отражает разницу в наполнении русел в низовьях и верховьях рек.

По первым четырем собственным векторам и ежедневным уровням воды на отобранных 16 постах по формуле (9.18) вычисляем коэффициенты разложения $T(t_i)$. В результате получаем хронологические ряды четырех коэффициентов разложения, которые в сумме представляют, как уже говорилось, 97% всей информации о распределении запасов воды в руслах речной сети Северной Двины до Абрамкова. О том, что четырех компонентов достаточно для решения задачи, свидетельствует и график амплитудной характеристики (см. рис. 9.4).

После этого коэффициенты разложения $T(t_i)$ используем в качестве аргументов в зависимостях для предсказания минимального уровня воды в течение будущей декады ($H_{\min}(t_{l+10})$) в с. Абрамкове, т.е. составляем систему уравнений (9.21), которую решаем обычными способами. Для Абрамкова получаем следующее прогностическое уравнение:

$$H_{\min}(t_{l+10}) = 44,0T_1(T_l) - 12,7T_2(t_l) + 7,0T_3(t_l) + 12,4T_4(t_l) + 252. \quad (9.28)$$

Следует отметить, что для получения более однородных рядов данные об уровнях предварительно были преобразованы с помощью соотношения

$$H'_{l,j} = (H_{l,j} - \bar{H}_j) / \sigma_j, \quad (9.29)$$

где $H_{l,j}$ — уровень воды в j -м створе в момент времени t_l ; \bar{H}_j — среднее многолетнее значение уровня в j -м створе; σ_j — дисперсия уровней в j -м створе. Поэтому при составлении прогноза по уравнению (9.28) уровни во всех створах должны быть предварительно пересчитаны по этому соотношению. Используя полученные преобразованные уровни и собственные векторы из табл. 9.3, определяем коэффициенты разложения по формуле (9.18), которые затем подставляем в уравнение (9.28).

Если прогноз составляют довольно часто, для сокращения вычислений целесообразно преобразовать уравнение (9.28) к виду, не требующему вычисления коэффициентов разложения:

$$H_{\min}(t_{l+10}) = \sum_{j=1}^{16} x'_j H'_j(t_l) + c. \quad (9.30)$$

Коэффициенты x'_j рассчитываем с помощью выражения

$$x'_j = \sum_{i=1}^4 x_i u_{i,j}. \quad (9.31)$$

Подставив в последнюю формулу значения коэффициентов x_j из уравнения (9.28) и векторов из табл. 9.3, получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{l+10}) = & 6,2H'_{1,l} + 11,1H'_{2,l} + 10,8H'_{3,l} + 5,3H'_{4,l} + \\ & + 15,9H'_{5,l} + 8,1H'_{6,l} + 8,7H'_{7,l} + 17,3H'_{8,l} + 12,0H'_{9,l} + \\ & + 19,7H'_{10,l} + 17,1H'_{11,l} + 6,6H'_{12,l} + 6,6H'_{13,l} + 4,3H'_{14,l} + \\ & + 9,6H'_{15,l} + 11,7H'_{16,l} + 252,4, \end{aligned} \quad (9.32)$$

где $H'_{j,l}$ — уровень воды, преобразованный по соотношению (9.29).

Еще больше сократится объем вычислений при выпуске прогноза, если от H' перейти к исходным наблюдениям за уровнями воды (H), имея в виду соотношение (9.29). Тогда прогноз можно составлять не по соотношению (9.32), а по следующему уравнению:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{l+10}) = & 10^{-2}(5H_{1,l} + 6H_{2,l} + 6H_{3,l} + 6H_{4,l} + 19H_{5,l} + \\ & + 4H_{6,l} + 4H_{7,l} + 12H_{8,l} + 7H_{9,l} + 11H_{10,l} + 19H_{11,l} + \\ & + 4H_{12,l} + 4H_{13,l} + 3H_{14,l} + 8H_{15,l} + 6H_{16,l}) - 15, \end{aligned} \quad (9.33)$$

где $H_{j,l}$ — уровень воды, непосредственно измеряемый на постах в момент составления прогноза t_l .

Преимущества КА четко выявляются при сравнении прогностических уравнений, полученных на одних и тех же данных с применением КА и без его применения — обычным методом наименьших квадратов. Уравнение (9.33), как уже говорилось, найдено с помощью КА, а ниже приведено уравнение множественной регрессии, рассчитанное по тем же исходным данным, но методом наименьших квадратов:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{l+10}) = & 10^{-2}(108H_{1,l} - 8H_{2,l} + 36H_{3,l} + 3H_{4,l} + \\ & + 27H_{5,l} + 10H_{6,l} + 14H_{7,l} - 0,1H_{8,l} + 32H_{9,l} - 10H_{10,l} + \\ & + 19H_{11,l} - 3H_{12,l} - 113H_{13,l} + 82H_{14,l} - 7H_{15,l} - 20H_{16,l}) + 180, \end{aligned} \quad (9.34)$$

где обозначения такие же, как и в уравнении (9.33).

Сравнение уравнений (9.33) и (9.34) показывает, что коэффициенты в уравнении (9.34) физически более оправданы в смысле концепции влияния запасов воды в руслах рек на будущий уровень в створе замыкающего поста. Коэффициенты изменяются по длине рек более закономерно. Неустойчивость коэффициентов в уравнении (9.34), которая проявляется в неоправданных скачках их значений от 108 до -113 для постов, расположенных по соседству на одной реке (например, для постов 1 и 13), после применения КА для получения уравнения (9.33) заметно уменьшилось. Это сказалось и на средней квадратической ошибке прогноза на независимой выборке, которая включала в себя 10 лет наблюдений и

состояла из 145 случаев: для уравнения (9.34) она равна 37 см, а для уравнения (9.33) — 27 см.

При нахождении уравнений для прогноза характерных уровней воды в п. Бездан на р. Дунае также применен КА, но не в традиционной форме посредством предварительного вычисления хронологического хода коэффициентов разложения $T_{i,l}$, как было показано при нахождении уравнений для прогноза уровней воды в п. Абрамково на р. Северной Двине, а путем использования уравнения (9.22). Для этого достаточно вычислить ковариационную матрицу A аргументов, ее собственные числа λ_i и собственные векторы u_i , а также вектор взаимной ковариации u_i аргументов и функции прогностического уравнения. Далее с помощью одного из приведенных выше критериев (9.24) или по графику амплитудной характеристики следует определить число удерживаемых компонентов ($k < n$) и рассчитать по формуле (9.22) параметры в прогностическом уравнении.

Таким образом, например, получено следующее уравнение:

$$H_{\text{макс}, t_l + 20} = 10^{-2} (25H_1 + 65H_2 + 22H_3 + 4H_4 + 60H_5 + 4H_6 + 10H_7 + 43H_8), \quad (9.35)$$

где $H_{\text{макс}, t_l + 20}$ — прогнозируемые на период 20 сут максимальные уровни воды в п. Бездан; H_1, \dots, H_8 — уровни воды в момент составления прогноза t_l на семи вышележащих постах соответственно: Регенсбурге (1), Шердинге (2), Линце (3), Вене (4), Братиславе (5), Будапеште (6), Мохаче (7) и в самом Бездане (8).

Пример 9.4. Прогноз уровня воды, лимитирующего судоходство.

На рис. 9.6 приведен пример, в котором первый (T_1) и второй (T_2) коэффициенты разложения, полученные в предыдущем примере, используются для альтернативного прогноза: будет ли в будущую декаду минимальный уровень в Абрамкове ниже или выше уровня, лимитирующего судоходство на этом участке реки. Дискриминантная функция, проведенная на рисунке пунктиром, аппроксимируется следующим линейным уравнением:

$$f(T_{1,2}) = T_1 - 0,38T_2 - 1,70 = 0. \quad (9.36)$$

При значениях дискриминантной функции $f(T_{1,2}) > 0$ минимальный уровень в последующую декаду в Абрамкове будет больше, а при значениях $f(T_{1,2}) < 0$ — меньше уровня, лимитирующего судоходство на участке г. Котлас — с. Абрамково.

В простом случае, как на рис. 9.6, дискриминантную линию легко провести, если у точек на графике выписать значения уровней, соответствующих значениям T_1 и T_2 .

Пример 9.5. Прогноз средних декадных расходов воды в п. Бездан на р. Дунае с учетом неравномерности выпадения осадков по площади бассейна.

Русловые запасы воды в день выпуска прогноза составляют лишь часть стока в последующее время. Остальная часть формируется за счет истощения запасов воды в бассейне и притока воды от осадков, выпадающих в период, непосредственно предшествующий моменту составления прогноза и равный времени добегания осадков до русла реки, а также от осадков, выпадающих в период

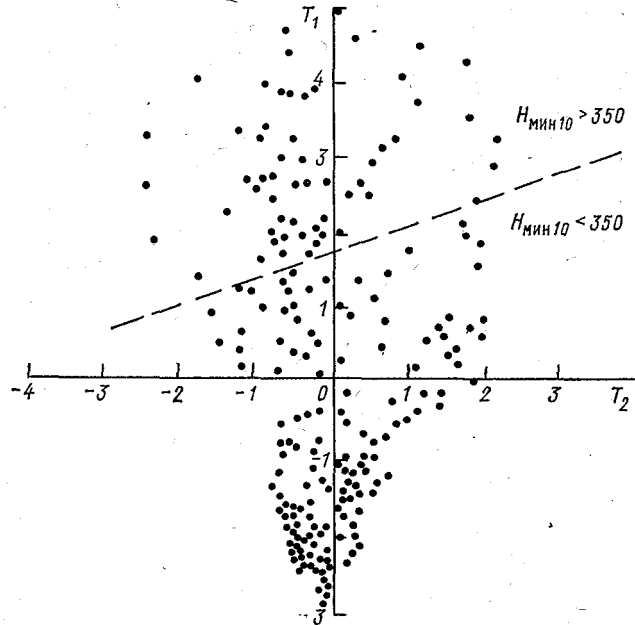


Рис. 9.6. График для альтернативного прогноза лимитирующих судоходство уровней воды (р. Северная Двина).

заблаговременности прогноза, коэффициент стока которых зависит от увлажненности бассейна. Для учета каждого из перечисленных факторов разработаны расчетные способы. Однако они требуют соответствующих данных наблюдений с определенным разрешением во времени и пространстве. В качестве индекса общих запасов влаги можно принять осадки за тот или иной период, предшествующий прогнозу. Длина периода зависит от размеров бассейна или от интенсивности истощения этих запасов в конкретном бассейне.

Для Дуная выше п. Бездан (площадь водосбора 210 250 км², расстояние от устья 1425 км), в качестве характеристики общих запасов воды в бассейне, кроме запасов в основных руслах, использованы месячные суммы осадков. Конечно, эта характеристика является приближенной.

Осадки по водосбору распределяются неравномерно. Для учета этой неравномерности можно применить представление полей с помощью собственных векторов. Бассейн выше Бездана разби-

ваем регулярной сеткой на 40 (4×10) прямоугольников (рис. 9.7), в центр которых линейно интерполируем количество осадков по данным ближайших станций. Вес станции принимаем обратно пропорциональным расстоянию от центра, но с учетом их взаимного расположения.

За 11 лет наблюдений для каждого из пяти месяцев (с июня по август) строим карты полей осадков. По ним получаем корреляционные матрицы и их собственные векторы $u_i(x)$ и $z_j(y)$ по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Коэффициенты разложения вычисляем по следующим формулам:

$$\begin{aligned} T_{i,j} &= \sum_x \sum_y F(x,y) u_i(x) z_j(y) \left(\sum_x u^2(x) = 1, \sum_y z^2(y) = 1 \right); \\ T_{i,0} &= \sum_x F(x,y) u_i(x) / n_x \quad (j=0, i=1 \dots n_x); \\ T_{0,j} &= \sum_y F(x,y) z_j(y) / n_y \quad (i=0, j=1 \dots n_y), \end{aligned} \quad (9.37)$$

где n_x и n_y — количество точек, представляющих поле по осям x и y .

Для аппроксимации полей осадков удерживаем первые два коэффициента разложения по оси x и первые три — по оси y . Точность представления исходных полей при этом равна $\bar{s} = 0,49 \sigma$. При восстановлении по первым четырем (по оси x) и пяти (по оси y) коэффициентам разложения среднее квадратическое значение ошибки равно $\bar{s} = 0,18 \sigma$. Значения \bar{s} и σ получаем в результате осреднения по всем восстанавливаемым полям. На рис. 9.7 приведены фактическое и восстановленное поля осадков за май 1965 г. В общем виде прогностическое уравнение имеет вид:

$$Q_{\text{ср}, 10} = a \sum_{j=1}^6 b_j Q_j + \sum_{i=1}^2 c_i T_i(x) + \sum_{j=1}^4 d_j T_j(y), \quad (9.38)$$

где Q_j — расходы воды в шести створах Дуная (пункты Шердинг, Регенсбург, Линц, Братислава, Будапешт, Бездан); b_j — задаваемые параметры для вычисления русловых запасов воды, зависящие от времени добега на участках между соседними створами j и $j+1$; a , c_i и d_j — неизвестные параметры. Аналогичные уравнения можно получить для минимальных и максимальных декадных уровней. В табл. 9.4 приведены значения параметров этих уравнений.

Первый член правой части уравнения (9.38) представляет собой вычисляемые запасы воды в основном русле Дуная и его притоке р. Инн, второй член — поля месячных сумм осадков в бассейне Дуная, характеризующиеся шестью названными выше коэффициентами разложения. Параметры a , c_i и d_j находили с помощью метода оптимизации.

Сопоставление точности прогноза на независимой выборке, составляемого без учета выпавших осадков, с тем же прогнозом по уравнению (9.38) показывает, что последний имеет меньшую

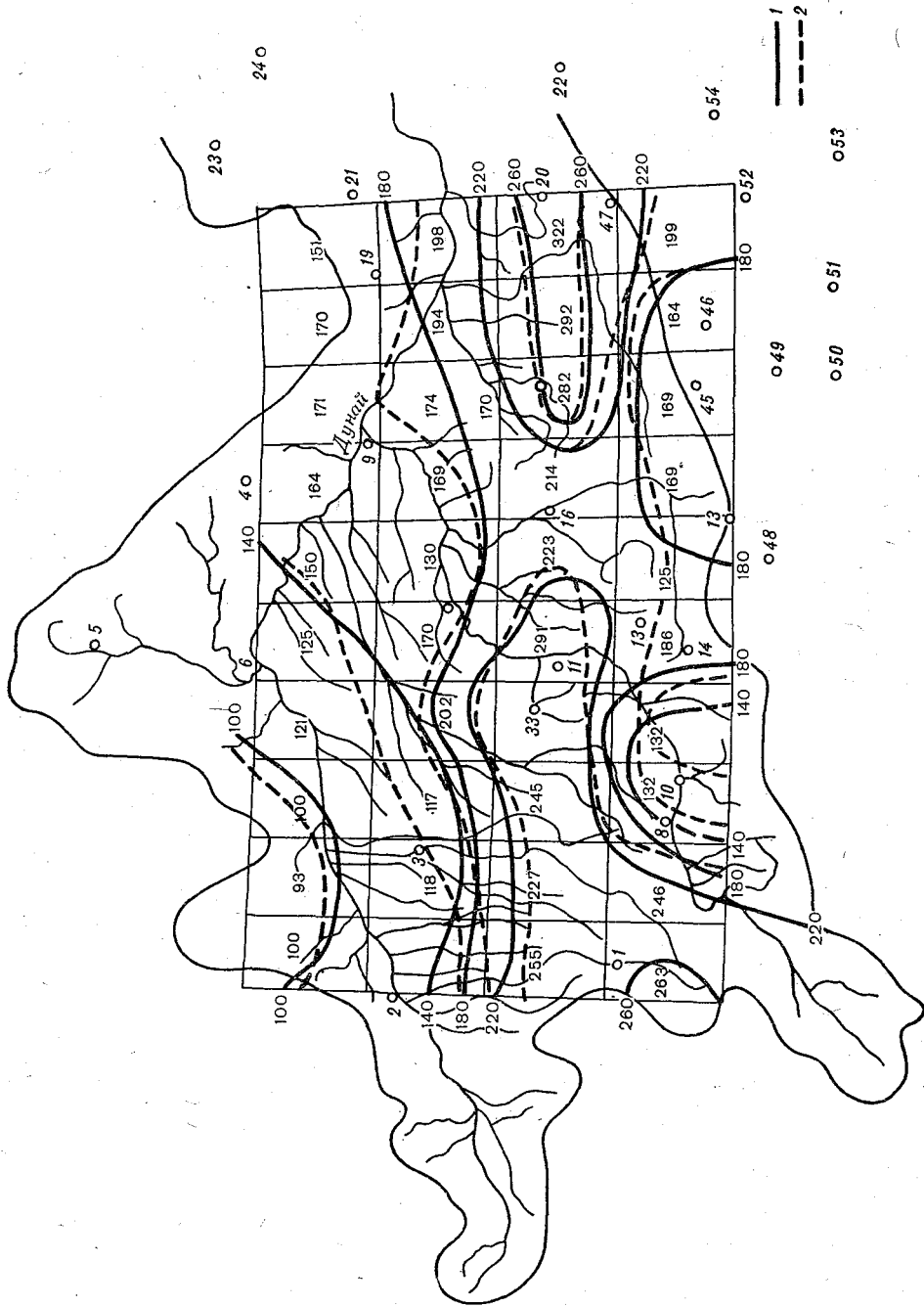


Рис. 9.7. Поле фактических (1) и восстановленных (2) осадков.

Таблица 9.4

Значения параметров уравнения (9.36) для прогноза характерных декадных расходов воды в п. Бездан

Расход воды	a	$c_1 \times 10^{-3}$	$c_2 \times 10^{-3}$	$d_1 \times 10^{-4}$	$d_2 \times 10^{-3}$	$d_3 \times 10^{-2}$	$d_4 \times 10^{-2}$
$Q_{\text{ср}, 10}$	0,99	-0,68	-3,54	-0,18	3,06	-0,94	1,44
$Q_{\text{мин}, 10}$	0,91	-2,33	-0,13	-3,30	4,02	-1,94	0,57
$Q_{\text{макс}, 10}$	1,00	0,91	0,54	-1,15	0,21	-1,52	-0,95

погрешность. Особенно очевиден выигрыш в точности прогноза максимальных расходов на декаду (табл. 9.5).

Таблица 9.5

Эффективность методики прогноза характерных декадных расходов в п. Бездан на независимой выборке

Вид прогноза	$Q_{\text{ср}, 10}$	$Q_{\text{мин}, 10}$	$Q_{\text{макс}, 10}$
По русловым запасам	0,58	0,70	0,65
По русловым запасам с учетом осадков	0,53	0,69	0,49

Пример 9.6. Определение кривой добегания с помощью компонентного анализа.

Кривую добегания притока воды в русловую сеть р. Вычегды выше г. Сыктывкар получаем следующим образом. По расходам воды в г. Сыктывкар вычисляем приток воды по способу, изложенному в гл. 3 настоящего Руководства, автокорреляционную функцию, а также взаимокорреляционную функцию расходов с вычисленными значениями притока.

Далее, получаем собственные числа λ_i и собственные векторы автокорреляционной матрицы, представляющей в дискретном виде (с суточным интервалом) автокорреляционную функцию. Значения ординат неизвестной кривой добегания находим по формулам (9.22) и (9.26).

На рис. 9.8 а (кривая 1) показано изменение модуля амплитудной характеристики $|\beta_i/\lambda_i|$ (β_i — суммы произведений элементов собственных векторов со взаимокорреляционной функцией) в зависимости от номера собственного числа. Первый локальный минимум этой функции показывает, что для нахождения искомого решения с помощью компонентного анализа (путем отбрасывания части компонентов) достаточно удержать пять первых компонентов ($k=5$). Соответствующее решение приведено на рис. 9.8. По сравнению с ординатами кривой добегания, найденной методом

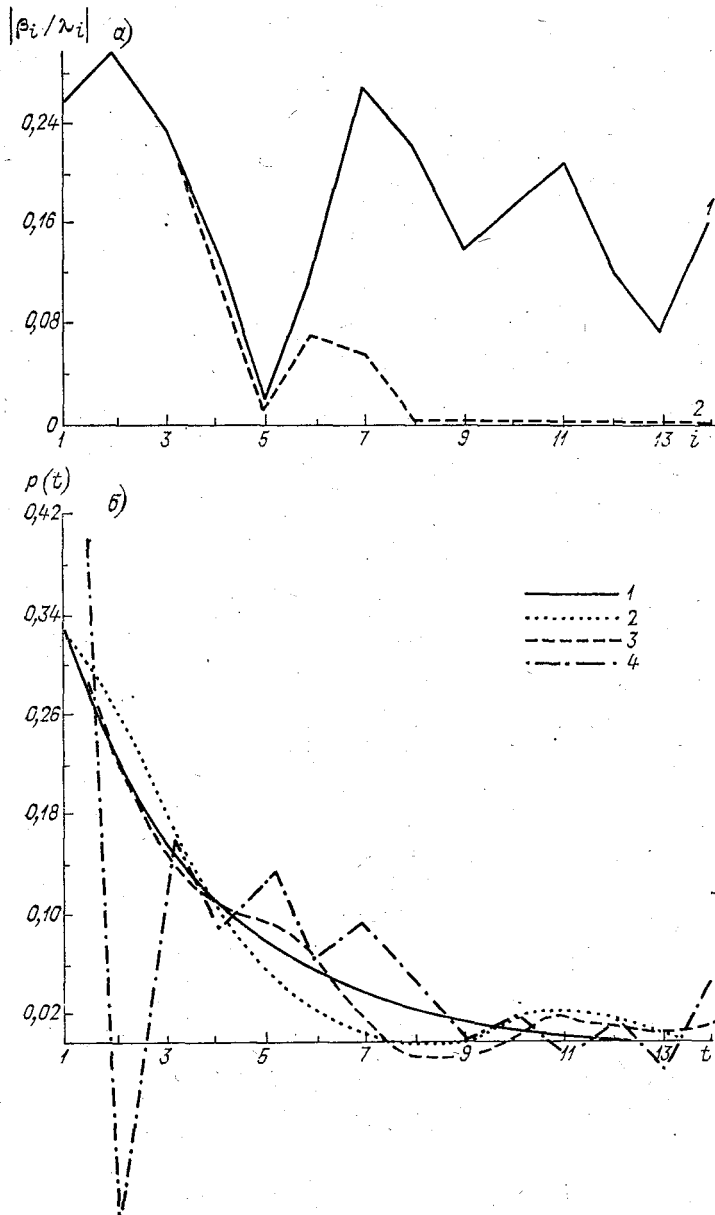


Рис. 9.8. Кривые добегания, полученные по поступлению воды на водосбор и расходам в г. Сыктывкар на р. Вычегде.

а) модули амплитудной характеристики, полученные по натурным данным (кривая 1) и после применения формулы (9.26) (кривая 2); б) сопоставление оптимальных кривых добегания, полученных: 1 — на электронно-моделирующей установке; 2 — с помощью компонентного анализа (9.22); 3 — с помощью формулы (9.26); 4 — с помощью метода наименьших квадратов.

наименьших квадратов, показанной на том же рисунке, оно лучше отвечает принятым представлениям о кривой добегаия для одного характерного участка и весьма близко к кривой добегаия, подобранной по тем же исходным данным на электронно-моделирующем устройстве.

Процедуру (9.26), в которой компоненты подавляются, используем для нахождения кривой добегаия со следующим условием:

$$\sum_{i=1}^{k < n} (\beta_i^2 / \lambda_i^2) \leq R_3^2. \quad (9.39)$$

Значение R_3^2 определено так же, как и в предыдущем случае, по первому локальному минимуму на графике моделей амплитудной характеристики $|\beta_i / \lambda_i|$; $\sum_{i=1}^{i=5} (\beta_i^2 / \lambda_i^2) = 0,23$. Параметр α , подавляющий компоненты, соответствующие малым значениям λ_i , находим из выражения

$$R_3^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \{\beta_i^2 / [\lambda_i + \alpha^2 (\lambda_i + 2\alpha)]^2\}. \quad (9.40)$$

На рис. 9.8 б показан ход ординат кривых добегаия, найденных путем применения процедуры (9.26), а на рис. 9.8 а видно, в какой степени подавлялись различные компоненты по сравнению с фактическими.

Приложение 1

Таблица гамма-функции $\Gamma(x)$

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,25	0,9064	1,50	0,8862	1,75	0,9191
01	0,9943	26	0,9044	51	0,8866	76	0,9214
02	0,9888	27	0,9025	52	0,8870	77	0,9238
03	0,9836	28	0,9007	53	0,8876	78	0,9262
04	0,9784	29	0,8990	54	0,8882	79	0,9288
1,05	0,9735	1,30	0,8975	1,55	0,8889	1,80	0,9314
06	0,9687	31	0,8960	56	0,8896	81	0,9341
07	0,9642	32	0,8946	57	0,8905	82	0,9368
08	0,9597	33	0,8934	58	0,8914	83	0,9397
09	0,9555	34	0,8922	59	0,8924	84	0,9426
1,10	0,9514	1,35	0,8912	1,60	0,8935	1,85	0,9456
11	0,9474	36	0,8902	61	0,8947	86	0,9487
12	0,9536	37	0,8893	62	0,8959	87	0,9518
13	0,9399	38	0,8885	63	0,8972	88	0,9551
14	0,9364	39	0,8878	64	0,8986	89	0,9584
1,15	0,9330	1,40	0,8873	1,65	0,9001	1,90	0,9618
16	0,9298	41	0,8868	66	0,9017	91	0,9652
17	0,9267	42	0,8864	67	0,9033	92	0,9688
18	0,9237	43	0,8860	68	0,9050	93	0,9724
19	0,9209	44	0,8858	69	0,9068	94	0,9761
1,20	0,9182	1,45	0,8857	1,70	0,9086	1,95	0,9799
21	0,9156	46	0,8856	71	0,9106	96	0,9837
22	0,9131	47	0,8856	72	0,9126	97	0,9877
23	0,9108	48	0,8858	73	0,9147	98	0,9917
24	0,9085	49	0,8860	74	0,9168	99	0,9958
1,25	0,9064	1,50	0,8862	1,75	0,9191	2,00	1,0000

Значения гамма-функции для $x < 1$ и для $x > 2$ могут быть вычислены с помощью формул:

$$\Gamma(x) = \Gamma(x+1)/x, \quad \Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$$

Примеры:

$$1) \quad \Gamma(0,7) = \frac{\Gamma(1,7)}{0,7} = \frac{0,9086}{0,7} = 1,2981,$$

$$2) \quad \Gamma(3,5) = 2,5 \cdot \Gamma(2,5) = 2,5 \cdot 1,5 \cdot \Gamma(1,5) = \\ = 2,5 \cdot 1,5 \cdot 0,8862 = 3,3234.$$

Приложение 2

Краткая характеристика программ, использовавшихся в примерах

2.1. Расчет трансформации гидрографа стока на речных системах¹

Программа предназначена для определения параметров кривой добегания, выраженной двухпараметрическим гамма-распределением. Гидрограф стока в замыкающем створе рассчитывают с помощью линейной модели (3.8). Программа может быть также использована для определения параметров, если в замыкающем створе заданы уровни воды. В этом случае автоматически определяют параметры кривой расходов.

Программа включает в себя независимый модуль для учета распределенного бокового притока (оттока на пойме), который, по желанию пользователя, может быть исключен.

Расчеты можно вести либо для одиночного участка, либо для нескольких соединенных последовательно участков. В последнем случае необходимо соблюдать следующие условия:

— во входных створах первого участка и на всех притоках должны быть заданы расходы воды; для остальных участков вместо расходов воды могут быть заданы уровни;

— если во входном створе какого-либо участка заданы уровни воды, то оптимизацию параметров для него необходимо вести одновременно с оптимизацией для предыдущего участка.

— при учете распределенного бокового притока как во входных, так и в выходных створах необходимо задавать данные о расходах воды.

Результатом работы программы являются оптимальные параметры кривых добегания и рассчитанные расходы (уровни) воды для всех включенных в расчет участков.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и в полном варианте включает в себя 804 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 100К.

2.2. Смешанная модель формирования стока речной системы²

Программный комплекс, реализующий смешанную модель формирования стока речной системы, состоит из восьми компонентов,

¹ Программа составлена Н. П. Черновой. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1981, вып. 4, с. 30).

² Программа составлена А. В. Романовым и А. Я. Полуниним. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1986, вып. 4, с. 22—23).

каждый из которых может быть использован независимо. Для реализации задачи, рассмотренной в примере 4.1, из данного комплекса используют два компонента MORSIN и HYDRSIN.

Компонент MORSIN позволяет по данным наблюдений за неустановившимся режимом воды рассчитать морфометрические характеристики русла (ширину и площадь поперечного сечения).

Реализация данного компонента предусматривает:

- ввод основных параметров и некоторых массивов исходных данных;

- считывание из базы данных исходной информации на период расчета по уровням воды для опорных гидрологических постов, расходам воды для входного и замыкающего створов, а также расходам воды по выделенным боковым притокам;

- определение масштабов нормирования, нормировку исходных данных и расчет правой части интегрального уравнения, полученного в результате интегральных преобразований уравнения неразрывности;

- циклический ввод параметров, определяющих степень аппроксимирующих площадь поперечного сечения полиномов Чебышева;

- расчет элементов исходной матрицы, оценка значений функций регуляризации и определение по ним коэффициентов разложения ширины русла в ряд по полиномам Чебышева;

- доопределение нулевых коэффициентов разложения площади поперечного сечения русла в ряд по полиномам Чебышева, расчет и печать по ним в табличной форме для опорных гидрологических постов исходных морфометрических характеристик русла;

- оценка значений критерия качества, определяющего выбор оптимальной степени аппроксимирующих полиномов Чебышева.

Компонент HYDRSIN позволяет по заданным морфометрическим характеристикам русла и данным наблюдений за неустановившимся режимом воды рассчитать гидравлические характеристики русла (коэффициент шероховатости в формуле Шези-Маннинга и модуль расхода воды) с помощью решения обратной задачи для упрощенного уравнения движения при наличии (отсутствии) сосредоточенных боковых притоков. Реализация данного компонента предусматривает:

- ввод основных параметров вспомогательных массивов исходных данных и коэффициентов разложения площади поперечного сечения русла в ряд по полиномам Чебышева, полученных с помощью компонента MORSIN;

- считывание из базы данных исходной информации по уровням воды для опорных гидрологических постов, расходам воды для входного и замыкающего створов, а также расходам воды по выделенным боковым притокам на период расчета;

- расчет промежуточных расходов воды с использованием интегрального аналога уравнения неразрывности, определение масштабов нормирования и нормировка исходных данных;

— расчет правой части интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода, полученного в результате интегральных преобразований упрощенного уравнения, и определение по заданным коэффициентам разложения для опорных гидрологических постов ширины и площади поперечного сечения русла;

— циклический ввод параметров, определяющих степень аппроксимирующих квадрат коэффициента шероховатости полиномов Чебышева, порядковый номер априорно заданного оптимального параметра регуляризации;

— расчет элементов исходной матрицы плана, оценка значений функций регуляризации и определение по ним коэффициентов разложения квадрата коэффициента шероховатости в ряд по полиномам Чебышева;

— расчет по коэффициентам разложения и печать в табличной форме для опорных гидрологических постов искомым гидравлических характеристик русла (коэффициентов шероховатости и модулей расхода воды).

Оба модуля написаны на языке ФОРТРАН-4. Модуль MOR SIN включает в себя 925 операторов, модуль HYDR SIN — 1016. Необходимая оперативная память для работы MOR SIN — 222К, для HYDR SIN — 238К.

2.3. Численная схема расчета неустановившегося движения воды в разветвленной системе речных русел ¹

Программа позволяет с помощью численного интегрирования уравнений Сен-Венана дать расчет (прогноз) уровней и расходов воды по длине трех расчетных участков, схематизирующих разветвленную речную систему Нижней Волги, с одним входом, одной общей вершиной и двумя выходами. Расчеты могут быть выполнены с учетом искусственного регулирования стока в вершине дельты вододелителем.

Реализация программы предусматривает:

— ввод основных параметров и некоторых массивов исходных данных;

— считывание прямым доступом с магнитного диска ряда вспомогательных массивов исходных данных, определяющих кривые расхода воды для двух выходных створов, площади затопления поймы по длине реки, отметки нулей графиков гидрологических постов и их расстояния от входных створов по каждому расчетному участку;

— ввод значений расходов воды для входного створа, уровней воды в начальный момент времени для опорных гидрологических

¹ Программа составлена А. В. Романовым. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1981, вып. 4, с. 31).

постов, а также значений уровней воды, характеризующих режим работы вододелителя в том случае, если в вершине дельты происходит искусственное регулирование стока;

— считывание прямым доступом с магнитного диска массивов, определяющих морфометрические и гидравлические характеристики русла, заданные для всех опорных гидрологических постов по длине трех расчетных участков и восстановленные с помощью компонентов MORSIN, HYDRSIN, а также кривых связи фактических уровней воды с рассчитанными;

— расчет начального распределения уровней и расходов воды по длине трех расчетных участков с шагом, равным шагу интегрирования исходной системы уравнений по расстоянию;

— численное интегрирование исходной системы уравнений по времени и расстоянию с использованием двухшаговой явной конечно-разностной схемы Лакса—Ведрофа в случае искусственного и естественного распределения воды в вершине дельты с учетом и без учета притока-оттока воды на пойму;

— выдача на печать с любым интервалом времени для любых фиксированных пунктов по длине трех расчетных участков рассчитанных значений уровней и расходов воды.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 874 оператора. Необходимая оперативная память 126К.

2.4. Модель формирования талого и дождевого стока (RSMC)¹

Программа реализует алгоритм модели формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока (п. 7.1). Программа может быть использована для:

— калибровки модели по заданной информации для конкретного водосбора с последующим расчетом по полученным оптимальным параметрам для всей подготовленной выборки, включая годы, не вошедшие в оптимизацию;

— расчета гидрографа стока по заданным параметрам без предварительной калибровки для всех лет, информация по которым записана на магнитных носителях.

Расчеты можно вести как непрерывно для всего календарного года, так и для отдельных периодов года, например только для теплого периода (дождевые паводки), либо в период прохождения дождевых и тало-дождевых паводков при неустойчивом залегании снежного покрова.

Программа может быть использована для практически полностью залесенных либо полевых водосборов, а также для частично залесенных.

¹ Программа составлена В. И. Корнем и В. А. Бельчиковым. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1985, вып. 2, с. 8).

Все гидрометеорологические данные, необходимые для расчета по модели, предварительно должны быть записаны на магнитные носители в три файла. Управляющую информацию (для выбора режимов работы программы) и часто меняющиеся при калибровке данные (параметры, оптимизируемые годы и т. д.) вводят с перфокарт.

На АЦПУ выдаются полученные параметры модели и ежедневные расходы воды, сформированные в виде годовых таблиц.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 1673 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 150К.

2.5. Оптимизация параметров математической модели формирования дождевого стока¹

Программа реализует алгоритм модели формирования дождевых паводков, изложенный в п. 7.2. Для определения параметров модели используется метод Розенброка. В качестве критерия качества используется сумма квадратов отклонений рассчитанных ординат гидрографа от фактических. В оптимизацию может быть включено несколько паводков одновременно.

Для работы программы необходимо задать средние по водосбору осадки, дефицит влажности воздуха и скорость ветра, расходы воды в замыкающем створе на периоды паводков, а также начальные значения параметров.

В результате расчета на АЦПУ выдаются оптимальные значения параметров, критерий качества и рассчитанные ординаты гидрографов.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 345 операторов. Необходимый объем оперативной памяти 86К.

2.6. Расчет гидрографа дождевого паводка по математической модели ГМЦ — УкрНИИ²

Программа может быть использована для расчета дождевых паводков по полученным ранее параметрам модели, изложенной в п. 7.2.

Входные данные аналогичны данным, использующимся в программе приложения 2.5, за исключением расходов воды, которые можно не вводить. На АЦПУ выдаются рассчитанные ординаты гидрографа.

¹ Программа составлена М. Н. Соседко. Сведения о программе опубликованы в Информационном бюллетене «Алгоритмы и программы» (ВНТИЦ, 1983, 5(56), с. 38).

² Программа составлена М. Н. Соседко. Сведения о программе опубликованы в Информационном бюллетене «Алгоритмы и программы» (ВНТИЦ, 1983, 5(56), с. 38).

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 184 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 86К.

2.7. Расчет ежедневных расходов воды горной реки на основе математической модели формирования стока¹

Программа состоит из нескольких блоков, осуществляющих следующие операции:

- расчет параметров формулы, аппроксимирующей суточное распределение осадков с высотой;
- расчет суточных сумм осадков и средних суточных значений температуры воздуха, приведенных к заданной высоте;
- расчет поступления воды на поверхность водосбора;
- запись на магнитную ленту входных данных: температуры воздуха, осадков, расходов воды, констант модели;
- оптимизацию параметров модели;
- выпуск прогноза расходов воды в оперативном режиме.

Таким образом, комплекс программ позволяет вести как разработку метода прогноза, так и оперативный выпуск прогноза. Этот комплекс реализован для р. Карадарьи, однако может быть использован для других водосборов после небольших изменений.

Программа написана на языке АЛГОЛ-60.

2.8. Выпуск непрерывных краткосрочных прогнозов расходов (уровней) воды для речных систем²

Программа реализует схему трансформации на речных системах, основанную на использовании кривых добегания, описываемых двухпараметрическим гамма-распределением. Для корректировки прогноза использован статистический алгоритм адаптации (см. п. 3.4.3).

Программа может быть использована как для выпуска прогноза в реальном масштабе времени по всем заданным створам рассматриваемой системы, так и для выпуска серии прогнозов за какой-либо интервал времени на архивных данных. В последнем случае помимо серии прогнозов различной заблаговременности рассчитывают средние квадратические ошибки прогнозов.

¹ Мухин В. М., Полунин А. Я. Методические указания к разработке метода краткосрочного прогноза расходов воды горных рек на основе математической модели формирования стока.— М.: Гидрометеиздат, 1982, с. 55—147.

² Программа составлена В. И. Коренем. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1985, вып. 4, с. 16).

Помимо собственно блока расчета трансформации имеется блок по созданию и редактированию банка данных для речной системы. Это позволяет в зависимости от технического оборудования ЭВМ и объема исходной информации вести расчеты с использованием входной информации с перфокарт, с магнитного диска и одновременно с перфокарт и магнитного диска. Следовательно, можно использовать программу для выпуска прогноза в реальном масштабе времени при непрерывном поступлении новой информации. При этом записанную ранее на магнитном диске информацию редактируют в соответствии с датой поступления новых данных.

Входными данными являются расходы либо уровни воды и параметры трансформации. Предусмотрено несколько режимов выдачи, отличающихся объемом выдачи входных данных.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 1462 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 162К.

Список литературы

Общий

1. Апполов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д. Курс гидрологических прогнозов.— Л.: Гидрометеоздат, 1974.— 420 с.
2. Алехин Ю. М. Краткосрочные прогнозы стока на равнинных реках.— Л.: Гидрометеоздат, 1956.— 266 с.
3. Бефани Н. Ф., Калинин Г. П. Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам.— Л.: Гидрометеоздат, 1983.— 391 с.
4. Гидрологические прогнозы: Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда.— Л., Гидрометеоздат, 1976, т. 7.— 375 с.
5. Гидрологические прогнозы и предсказания опасных гидрологических явлений: Труды V Всесоюз. гидрол. съезда.— Л., Гидрометеоздат, 1989, т. 6.
6. Попов Е. Г. Гидрологические прогнозы.— Л.: Гидрометеоздат, 1979.— 256 с.

К главам 1—2

1. Акинъшин В. В. и др. Способы определения параметров кривых добегаания.— Труды Гидрометцентра СССР, 1971, вып. 72, с. 34—53.
2. Жидиков А. П. Прогноз уровней и расходов воды р. Волги ниже Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС.— Труды ЦИП, 1967, вып. 133, с. 79—107.
3. Жидиков А. П., Полунин А. Я. О коррекции краткосрочных прогнозов расходов воды.— Труды Гидрометцентра СССР, 1983, вып. 265, с. 69—74.
4. Калинин Г. П., Милюков П. И. Приближенный расчет неустановившегося движения водных масс.— Л.: Гидрометеоздат, 1958.— 72 с. (Труды ЦИП. Вып. 66).
5. Калинин Г. П. Основы методики краткосрочных прогнозов водного режима.— Л.: Гидрометеоздат, 1952.— 166 с. (Труды ЦИП. Вып. 22(55)).
6. Калинин Г. П., Жидиков А. П. Расчет уровней и расходов воды ниже ГЭС.— Труды ЦИП, 1964, вып. 133, с. 3—22.
7. Корень В. И. Определение параметров кривых добегаания при отсутствии наблюдений за расходами воды в замыкающем створе.— Труды Гидрометцентра СССР, 1978, вып. 207, с. 108—112.
8. Корень В. И. Статистический алгоритм адаптации при выпуске непрерывных краткосрочных прогнозов стока.— Метеорология и гидрология, 1984, № 3, с. 80—84.
9. Корень В. И., Чернова Н. П. Учет распределенного бокового притока при расчетах неустановившегося движения воды.— Труды Гидрометцентра СССР, 1982, вып. 240, с. 67—73.

10. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока.— Л.: Гидрометеоздат, 1972.— 192 с.

11. Левин А. Г., Жидиков А. П. Предвычисление хода уровней р. Волги ниже Сталинградской ГЭС методом электромоделирования.— Метеорология и гидрология, 1961, № 8, с. 38—41.

12. Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек.— Л.: Гидрометеоздат, 1973.— 148 с.

13. Топоров В. М. Построение кривых объемов воды для участков рек путем подбора на ЭВМ.— Труды ЗСРНИГМИ, 1978, вып. 37, с. 26—30.

К главе 3

1. Грушевский М. С. Волны попусков и паводков в реках.— Л.: Гидрометеоздат, 1969.— 337 с.

2. Корень В. И. Интегрирование уравнений Сен-Венана и аппроксимация морфометрических и гидравлических характеристик русла при расчетах неустановившегося движения.— Труды Гидрометцентра СССР, 1974, вып. 131, с. 36—48.

3. Корень В. И., Романов А. В. Определение морфометрических и гидравлических характеристик русла при интегрировании уравнений Сен-Венана.— Метеорология и гидрология, № 8, 1976, с. 71—80.

4. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока.— Л.: Гидрометеоздат, 1972.— 192 с.

5. Романов А. В. Численная схема прогноза водного режима в системе разветвленных речных русел Нижней Волги.— Труды Гидрометцентра СССР, 1983, вып. 246, с. 30—41.

К главам 4—5

1. Бефани А. Н. Основы теории ливневого стока.— Труды ОГМИ, 1958, ч. 2, вып. 14.— 310 с.

2. Бефани Н. Ф. Прогнозирование дождевых паводков на основе территориально общих зависимостей.— Л.: Гидрометеоздат, 1977.— 182 с.

3. Исследование водопоглотительной способности речных водосборов для целей расчетов и прогнозов весеннего стока.— Л.: Гидрометеоздат, 1980.— 138 с. (Труды ГГИ. Вып. 265)

4. Комаров В. Д. Весенний сток равнинных рек Европейской части СССР, условия его формирования и методы прогнозов.— М.: Гидрометеоздат, 1959.— 295 с.

5. Комаров В. Д., Макарова Т. Т., Синегуб Е. С. Расчет гидрографа половодья небольших равнинных рек на основе данных об интенсивности снеготаяния.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 37, с. 3—39.

6. Корень В. И. Математические модели дождевого и талого стока в гидрологических прогнозах.— В кн.: Некоторые вопросы современной научной и практической гидрологии. М., 1981, ч. 1, с. 188—198.

7. Левин А. Г. Прогнозы паводков по данным о расходах воды малых рек.— Труды Гидрометцентра СССР, 1967, вып. 2, с. 3—35.

8. Линслей Р. К., Колер М. А., Паулюс Д. Л. Х. Прикладная гидрология.— Л.: Гидрометеоздат, 1962.— 759 с.

К главе 6

1. Абальян Т. С., Мазурова Л. И., Никонорова С. И. Об использовании аэрофотосъемки для изучения снежного покрова в горном бассейне р. Варзоб.—Труды Гидрометцентра СССР, 1971, вып. 72, с. 92—105.
2. Абальян Т. С., Мухин В. М., Полунин А. Я. О ледниковом питании и возможностях долгосрочного прогноза стока горных рек с большим оледенением водосбора.—Материалы гляциологических исследований, 1980, вып. 39, с. 42—49.
3. Важнов А. И. Анализ и прогнозы стока рек Кавказа.—Л.: Гидрометеиздат, 1966.—274 с.
4. Виноградов Ю. Б. Вопросы гидрологии дождевых паводков на малых водосборах Средней Азии и Южного Казахстана.—Л.: Гидрометеиздат, 1967.—262 с. (Труды КазНИГМИ. Вып. 28)
5. Глазырин Г. Е. К расчету количества твердых осадков и таяния в горах.—Труды САНИИ, 1983, вып. 99(180), с. 30—41.
6. Голубцов В. А. О построении математической модели формирования стока в горном водосборе.—Труды КазНИГМИ, 1975, вып. 48, с. 3—25.
7. Жидиков А. П., Нечаева Н. С. Методические указания по разработке схем краткосрочных прогнозов расходов воды рек и притока воды в водохранилища в период половодья на основе моделей талого стока.—Л.: Гидрометеиздат, 1982.—72 с.
8. Жидиков А. П., Левин А. Г., Нечаева Н. С., Попов Е. Г. Методы расчета и прогноза половодья для каскада водохранилищ и речных систем.—Л.: Гидрометеиздат, 1977.—128 с.
9. Комаров В. Д., Мухин В. М., Полунин А. Я. Модель формирования снежного покрова и поступления воды на поверхность горного бассейна.—Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 163, с. 38—57.
10. Корень В. И. Моделирование процессов формирования стока рек лесной зоны Европейской территории СССР.—Метеорология и гидрология, 1980, № 10, с. 78—85.
11. Корень В. И., Бельчиков В. А. Опыт использования модели формирования талого и дождевого стока рек лесной зоны Европейской территории СССР.—Труды Гидрометцентра СССР, 1983, вып. 246, с. 3—20.
12. Математическое моделирование процесса стока горных рек.—Л.: Гидрометеиздат, 1972.—152 с. (Труды САНИГМИ. Вып. 61(76)).
13. Мухин В. М. Модели формирования стока горной реки.—Труды Гидрометцентра СССР, 1977, вып. 186, с. 63—70.
14. Мухин В. М., Полунин А. Я. Методические указания к разработке метода краткосрочного прогноза расходов воды горных рек на основе математической модели формирования стока (на примере р. Карадарья).—М.: Гидрометеиздат, 1982.—149 с.
15. Шенцис И. Д., Шпигунова Э. К. Линейные модели бассейновой трансформации стока.—Труды САНИГМИ, 1970, вып. 52(67), с. 47—56.

К главе 7

1. Жидиков А. П. Расчеты гидрографа весеннего притока воды в водохранилища Верхней Волги.—Труды Гидрометцентра СССР, 1980, вып. 223, с. 64—84.

2. Жидиков А. П., Нечаева Н. С. Опыт выпуска краткосрочных прогнозов весеннего притока воды к Волжским водохранилищам.— Труды Гидрометцентра СССР, 1981, вып. 240, с. 22—38.

3. Корень В. И., Бельчиков В. А., Нечаева Н. С. Краткосрочные прогнозы талого и дождевого стока для речных систем на основе математических моделей.— В кн.: Труды V Всесоюз. гидрол. съезда. Л., 1989, т. 6.

4. Кучмент Л. С., Нечаева Н. С. Совместное использование электронных цифровых и моделирующих машин в гидрологических прогнозах.— Метеорология и гидрология, 1965, № 6, с. 49—58.

5. Методические указания к построению математической модели формирования дождевых паводков и ее использование для выпуска оперативных прогнозов расходов воды с помощью ЭВМ.— М.: Обнинск, 1974.— 151 с.

К главе 8

1. Воскресенский К. П. Опыт разработки методики прогнозов меженивого режима рек Европейской части СССР.— Труды ГГИ, 1940, вып. 10, с. 136—164.

2. Горбунов Ю. В. Подсчет запаса воды в речной сети на основе морфологических закономерностей ее строения и практическое приложение метода к прогнозам стока.— В кн.: Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. Л., 1976, т. 7, с. 239—247.

3. Нежиховский Р. А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 476 с.

4. Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек.— Л.: Гидрометеиздат, 1973.— 147 с.

5. Ржаницын Н. А. Морфологические и гидрологические закономерности строения речной сети.— Л.: Гидрометеиздат, 1960.— 237 с.

6. Сапожников В. И. Основы прогноза стока по запасам воды в речной сети.— Л.: Гидрометеиздат, 1956.— 104 с.

7. Сапожников В. И. Прогноз стока рек в бассейне Волги по русловым запасам воды и притоку в речную сеть.— М.: Гидрометеиздат, 1960.— 283 с.

К главе 9

1. Алексеев Г. А. Объективные методы выравнивания и нормализации корреляционных связей.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.— 363 с.

2. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ.— М.: Физматгиз, 1963.— 499 с.

3. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных ортогональных составляющих.— Труды ЦИП, 1959, вып. 74, с. 3—24.

4. Кульбак С. Теория информации и статистика.— М.: Наука, 1967.— 408 с.

5. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений.— М.: Физматгиз, 1961.— 479 с.

6. Мухин В. М. Применение эмпирических ортогональных функций к рейсовым прогнозам минимальных уровней воды.— Труды Гидрометцентра СССР, 1968, вып. 25, с. 47—69.

7. Мухин В. М. Решение некоторых обратных задач в гидрологии при помощи регулирующих алгоритмов.— Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 55, с. 12—36.
8. Мухин В. М. Прогнозы характерных уровней и расходов воды р. Дунай с заблаговременностью 10—20 суток.— Труды Гидрометцентра СССР, 1982, вып. 240, с. 3—21.
9. Попов Е. Г., Мухин В. М. Рейсовые прогнозы уровней воды для судоходства.— Метеорология и гидрология, 1967, № 6, с. 80—86.
10. Слуцкий Е. Е. О квадратической ошибке коэффициента корреляции в случае однородных связанных рядов.— В кн.: Избранные труды. М., 1960, с. 64—101.
11. Фадеева В. Н. Сдвиг для систем с плохо обусловленными матрицами.— Журнал ВМ и МФ, 1965, т. 5, № 5, с. 22—25.
12. Хедли Дж. Линейная алгебра.— М.: Высшая школа, 1966.— 206 с.
13. Шенцис И. Д. Естественные ортогональные составляющие полей осадков за холодный период и некоторые возможности их использования для долгосрочных гидрологических прогнозов.— Труды САРНИГМИ, вып. 26(107), 1975, с. 81—104.

Оглавление

Предисловие	3
Введение	5
Часть I. Прогноз расходов и уровней воды на участках рек	7
Глава 1. Способы прогноза по соответственным уровням и расходам воды	9
1.1. Способы прогноза на бесприточных и слабоприточных участках реки	10
1.1.1. Определение соответственных уровней (расходов) воды двух постов и времени их добегания на участке по характерным точкам графика колебаний уровня (расхода) воды	10
1.1.2. Построение графика связи между соответственными уровнями двух постов и определение времени добегания воды на участке по кривым расхода и таблицам наблюдений за уровнем воды	10
1.1.3. Определение времени добегания воды на участке реки на основе принципа наименьших погрешностей	11
Пример 1.1. Построение графиков связи соответственных уровней и времени их добегания для р. Днестра на участке г. Галич — г. Могилев-Подольский по характерным точкам	12
Пример 1.2. Определение времени добегания с помощью графика соответственных уровней воды и данных наблюдений за уровнем воды р. Днестра на участке г. Галич — г. Могилев-Подольский	12
Пример 1.3. Построение графиков связи соответственных уровней и времени их добегания для р. Мархи на участке створа Чумпурук — с. Малькай на основе принципа наименьших погрешностей	14
1.2. Способы прогноза на приточных участках	15
Пример 1.4. Зависимость для прогноза уровня воды Амура у с. Константиновка по методу соответственных уровней	18
Пример 1.5. Зависимость для прогноза ежедневных уровней воды р. Днепра у с. Речица по сумме расходов верхних створов	18
1.3. Способы прогноза с учетом распластывания паводка	19
Глава 2. Прогноз расходов и уровней воды, основанный на приближенных уравнениях трансформации наводочных волн	21
2.1. Линейные модели трансформации для бесприточных участков	21
2.1.1. Определение кривых добегания	25
Пример 2.1. Определение ординат кривой добегания путем решения обратной задачи	32
Пример 2.2. Определение параметров кривой добегания для расчета уровней воды в створе с. Кожва по расходу воды в с. Усть-Шугор (р. Печора)	33
Пример 2.3. Установление прогностической зависимости для р. Прут на участке с. Корпач — г. Унгены по методу Маскигам	35
2.2. Нелинейные модели трансформации	36
2.2.1. Построение кривых объемов для участка реки	36

Пример 2.4. Построение кривой объемов воды для участка р. Оки от г. Калуги до г. Каширы по уравнению водного баланса	45
2.2.2. Расчет расходов воды по кривым объемов	46
2.3. Линейные модели трансформации для приточных участков	49
2.3.1. Методы, основанные на учете сосредоточенного бокового притока	50
Пример 2.5. Выбор сосредоточенных притоков и определение коэффициентов стоковой приводки для р. Усы на участке с. Петрунь—с. Адзьва	52
2.3.2. Учет распределенного бокового притока	53
Пример 2.6. Определение ординат кривой добегания бокового притока для р. Онеги на участке д. Надпорожский Погост—д. Змиево	57
2.3.3. Расчет бокового притока на участке реки	59
Пример 2.7. Определение бокового притока воды на участке р. Оки от г. Калуги до г. Каширы по уравнению водного баланса	63
Пример 2.8. Расчет суммарного бокового притока на участках р. Томи от г. Новокузнецка до г. Кемерово и от г. Кемерово до г. Томска по данным о расходах воды	63
2.4. Практические приемы прогноза с использованием уравнения трансформации волны	65
2.4.1. Определение возможной заблаговременности при использовании кривых добегания	65
2.4.2. Задание входных данных на период заблаговременности прогноза	67
2.4.3. Учет начальных условий и корректировка прогноза	70
2.4.4. Примеры прогноза, основанного на использовании кривых добегания	75
Пример 2.9. Прогноз расхода воды р. Усы в створе с. Адзьва с учетом сосредоточенного притока	75
Пример 2.10. Прогноз расхода воды р. Онеги в створе д. Змиево с учетом распределенного бокового притока	76
Пример 2.11. Прогноз уровня воды р. Онон в створе с. Чиндат 1-й	78
Глава 3. Использование уравнения Сен-Венана для расчета (прогноза) расходов и уровней воды на зарегулированных участках рек	81
3.1. Численное интегрирование уравнений Сен-Венана	82
3.2. Задание морфометрических и гидравлических характеристик русла	85
Пример 3.1. Расчет (прогноз) расходов и уровней воды в разветвленной системе русел Нижней Волги с использованием одномерной модели неустановившегося движения воды	87
Часть II. Прогноз ежедневных расходов воды для небольших водосборов	93
Глава 4. Процессы формирования речного стока и их характеристики	93
4.1. Уравнение водного баланса для небольших интервалов времени	94
4.2. Математические модели для гидрологических прогнозов	101
Глава 5. Графоаналитические способы прогноза гидрографа стока	104
5.1. Прогноз дождевых паводков по данным об осадках	104
5.1.1. Построение зависимостей между паводочным стоком и факторами, обуславливающими его	104
5.1.2. Метод единичного паводка	108
5.1.3. Подготовка исходных данных	111
5.1.4. Практические приемы прогноза дождевых паводков	113

Пример 5.1. Расчет объема и гидрографа паводочного стока р. Рики у с. Межгорья	113
5.2. Особенности прогноза гидрографа весеннего половодья на равнинных реках	117
5.3. Прогноз гидрографа по осадкам или интенсивности снеготаяния с учетом расходов воды в замыкающем створе	119
Пример 5.2. Расчет гидрографа дождевого паводка р. Рики у с. Межгорья с учетом расходов воды в замыкающем створе	120
5.4. Прогноз расходов воды по притоку в речную сеть, вычисленному по гидрометрическим данным	122
Глава 6. Прогноз талого, дождевого и тало-дождевого стока на основе математических моделей	123
6.1. Модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока	123
6.1.1. Физические основы и расчетные соотношения модели	123
6.1.2. Исходные данные, используемые в модели	127
6.1.3. Определение параметров модели	129
Пример 6.1. Разработка метода прогноза ежедневных расходов воды для небольшой реки	131
6.2. Модель формирования гидрографа половодья на равнинных реках	137
6.2.1. Описание модели	137
6.2.2. Рекомендации по определению параметров и констант модели	140
Пример 6.2. Схема прогноза расхода воды р. Оки у г. Орла	143
6.3. Модель формирования дождевых паводков на горных водосборах	146
6.3.1. Структура модели	146
6.3.2. Определение параметров модели	147
Пример 6.3. Расчет гидрографа р. Опор у г. Сколе ($F=733$ км ²) во время паводка в июне 1969 г.	150
6.4. Модель формирования весенне-летнего стока на горных водосборах	151
6.4.1. Расчет накопления снега и поступления воды на поверхность бассейна	153
6.4.2. Расчет потерь и трансформации водоотдачи в гидрограф стока	156
6.4.3. Определение параметров модели и корректировка прогнозов	157
Пример 6.4. Методика краткосрочных прогнозов расхода р. Варзоб заблаговременностью 1—5 сут	158
Пример 6.5. Методика краткосрочных прогнозов расхода воды р. Карадарья	161
Часть III. Прогноз расходов и уровней воды для речных систем	164
Глава 7. Методы, основанные на представлении речной системы в виде цепочки частных бассейнов	164
Пример 7.1. Автоматизированные прогнозы расходов (уровней) воды для р. Печоры до г. Усть-Уса в период открытого русла	166
Пример 7.2. Автоматизированный прогноз притока воды в каскад волжско-камских водохранилищ	170
Глава 8. Прогноз стока по русловым запасам и притоку воды в речную сеть	177
8.1. Определение русловых запасов воды с учетом моделей строения речной сети	178
Пример 8.1. Определение запаса воды в речной сети бассейна Вятки по морфометрическим данным (способ Ю. В. Горбунова)	182
	245

Пример 8.2. Определение русловых запасов р. Сож до г. Гомеля (способ Р. А. Нежиховского)	188
8.2. Прогноз стока по запасам воды в русловой сети и притоку	191
Пример 8.3. Прогноз высоты и времени наступления пика весеннего половодья р. Сож у г. Гомеля по русловым запасам	193
Пример 8.4. Прогноз средних за 5 сут расходов воды р. Оби у г. Барнаула ($F=169\ 000\ \text{км}^2$) по русловым запасам	194
Пример 8.5. Прогноз среднего декадного стока р. Оки у с. Нижнего Избыльца по русловым запасам и притоку воды	194
8.3. Прогноз расходов воды по тенденции и кривым спада	196
Пример 8.6. Прогноз расходов воды по кривой спада половодья р. Припяти у г. Мозыря	199
Глава 9. Физико-статистические методы краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды для крупных рек	202
9.1. Постановка задачи	202
9.2. Метод просеивания	206
Пример 9.1. Прогноз минимального уровня воды на р. Северной Двине с учетом отбора аргументов прогностической зависимости методом просеивания	207
9.3. Способ разрежения	209
Пример 9.2. Определение оптимальной кривой добегания для участка р. Лены	211
9.4. Компонентный анализ	212
Пример 9.3. Методики прогноза характерных уровней воды р. Северной Двины и р. Дуная	216
Пример 9.4. Прогноз уровня воды, лимитирующего судоходство	222
Пример 9.5. Прогноз средних декадных расходов воды в п. Бездан на р. Дунай с учетом неравномерности выпадения осадков по площади бассейна	222
Пример 9.6. Определение кривой добегания с помощью компонентного анализа	226
Приложение 1. Таблица гамма-функции $\Gamma(x)$	229
Приложение 2. Краткая характеристика программ, использовавшихся в примерах	231
Список литературы	238

Практическое руководство

Руководство по гидрологическим прогнозам, вып. 2

Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках

Редактор Е. Э. Булаховская. Художественный редактор В. В. Быков. Технический редактор Н. Ф. Грачева. Корректор Л. Б. Лаврова.

Н/К. Сдано в набор 19.10.88. Подписано в печать 17.03.89. М-17560. Формат 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 2. Литературная гарнитура. Печать высокая. Печ. л. 15,5. Кр.-отт. 15,5. Уч.-изд. л. 17,18. Тираж 1250 экз. Индекс ГЛ-107. Заказ № 609. Цена 1 р. 30 к. Заказное. Гидрометеониздат, 199226. Ленинград, ул. Беринга, д. 38.

Ленинградская типография № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6.

ДЛЯ ЗАМЕТОК